

“ यशोदा-चिंतामणि-ट्रस्ट ”

पुरस्कृत ग्रंथमाला

ग्रंथ नंबर ६

वर्ष १९३७

भारतीय-वेधपद्धति

OR

(Practical Astronomy in Ancient India)

The present work which is styled as above is a translation and explanation into Marathi of the first three Chapters of the Surya Siddhanta. This Siddhanta has been widely known and honoured throughout India from very ancient times and although there is no other astronomical work which has a firmer hold on the Indian mind, there are comparatively only a few astronomers who are acquainted with and fewer still who actually perform their calculations in accordance with it. As almost everything here in India stands in a pitiable condition the study of the Surya Siddhanta is no exception to it. Who knows how many or how few there may be those who really have mastered the principles upon which the rules of the Surya Siddhanta are based, and but for the frequent appeals to it as being the most ancient and authoritative of the astronomical works now extant who knows if anybody would have taken the troubles of translating or commenting upon it?

Apart from the exigencies not only of the reform of our Calendar, but also of having a close acquaintance with the astronomical progress achieved by our ancient forefathers a translation of the Siddhanta is a crying necessity. I have heard of an English translation of this Siddhanta by the eminent Pandit Bapu Deva Shastri of Benares but it has not been available to me anywhere. So the present translation is in my view a matter not of apology but duty, and I have tried my best to explain and enunciate the principles in order to induce better brains and more active hands to carry the work to perfection.

Now as I have gone through the work, I may assure my readers that its value to the study of the ancient Indian astronomy is enormous. The rules of calculation are both sound in theory appropriate in practice, and yet fully able to give a strong lead to actual observations. It would appear, however that this Siddhanta has for centuries been cast into oblivion. Since the time of the fiery ordeal of foreign invasions the study of Physical sciences had received a deadly blow. Mathematics (which includes algebra geometry trigonometry and mensuration) came to be neglected and the computation of almanacs fell into inept hands of third or fourth rate astronomers. Although under the Mohomedan rule hardly any scope was left in India for the preservation of ancient culture and much less for original research a few Arabs of Baghdad and Damascus had devoted themselves in the 9th and 10th centuries to the study of Sanskrit and Grecian culture and among these there was one Alberuni who had studied Sanskrit and translated some of the ancient astronomical Siddhantas into Arabic. His extensive work 'The Indica' gives a detailed account of the Brahma Siddhanta of Brahma Gupta and also of the Brihat Samhita of Varaha Mihira. In India Bhaskaracharya

(Shaka 1036) was the most eminent of the Sanskrit astronomers who had just preceded the dark ages of foreign rule, and his work still stands unsurpassed in theoretical accuracy and practical precision. He was followed only by about half a dozen astronomers among whom Keshava and his son Ganesha the illustrious author of the *Grahalaghava* were the most distinguished.

Besides the domination of foreigners, there was another reason why not only the *Surya Siddhanta* but also other *Siddhantas* of a similar nature had long ceased to be studied. The mental exhaustion brought on by oppressive regimes had dried up all desire for labour, accuracy and original work, so that the scientific methods of calculations which required a knowledge of trigonometry and algebraical processes yielded to other simpler devices which gave results that were only crude or approximate. The *Siddhantic* computations no doubt entail some gigantic multiplications and divisions troublesome extractions of roots and tormenting changes of quantities which by themselves must have in no small degree contributed to their supersession. But thanks to the invention of logarithms and the formation of mathematical tables the hard labour of calculation has been reduced to a minimum so that we may now expect a revival of the study of astronomy that may be called truly Indian.

Even the first perusal of this *Siddhanta* or of a good translation of it will suffice to convince the reader that it is a work of great astronomical merit. Owing to the labour-saving devices of the mathematical tables the *Siddhanta* may now be studied with advantage and form a text book of practical astronomy. The rules of calculations are simple enough in theory they are based upon spherical trigonometry and in many ways are precisely similar to modern methods. The solutions are ingenious and the results fairly accurate. The data are always to be tested and corrected by actual observations and nothing is left to or borrowed from blind superstition or unintelligent dogmas. It will be interesting to note in how many respects this ancient *Siddhanta* has anticipated modern astronomy which of course in cases where the data have to be supplied by telescopic observations alone (e.g. the parallax of the sun) or by observations which have to be carried on from stations separated by thousands of miles from each other has a natural advantage over its ancient prototype.

The present *Surya Siddhanta* which has been current in India at least from the 10th century A. C. appears to be a revised version of the old *Siddhanta* of the same name. The contents of the old *Siddhanta* have been restated in his own words by Varaha Mihira who was very probably born in Shaka 427 (505 A. C.) but it cannot on that account be supposed that it was Varaha who had himself composed that *Siddhanta* or that it was a production of any of his contemporaries. No doubt Varaha has stated the contents of it in his own favourite *Arya metre* but it would be highly erroneous to say or suggest that Varaha was the author of it. Obviously because—

(1) The *Surya Siddhanta* is not the only *Siddhanta* which Varaha has reproduced in the *Arya metre*. He has treated similarly all the five *Siddhantas* that were well known in his time. He has restated the *Pitamaha Siddhanta* and also the *Vasistha*, the *Pulisha*, the *Romaka* and the *Saura*. Then why should it not be said that he wrote the other four *Siddhantas* also? But it is impossible to make such an assertion for

that the longitude of the Sun's apogee in the Surya Siddhanta of Varaha is 80°

(7) And last but not the least is the question of the polar longitudes of a few of the Nakshatras as they are stated in the Saura of Varaha. A correct interpretation of these longitudes points to the date when the observations for the Siddhanta were made. This date goes back to the 1st century A. C.

So we must conclude that the Surya Siddhanta included in the Pancha Siddhantika was simply a redaction of the old Siddhanta by Varaha and not an original production of his own.

There were more than one versions of the old Surya Siddhanta. One was that which was recast by Varaha, and the other was that quoted by Ūtpala (vide पृ. ३१. ३१. P 179)

The Present Surya Siddhanta

Now we come to the present Surya Siddhanta which seems to be a revised version of the old. It is evident that the present Surya Siddhanta has replaced the ancient. The earliest known astronomer who has followed the text of the present Surya Siddhanta was Vayitala Kochanna a Telegu astronomer who flourished about Shaka year 1220 (=1298 A. C.). As the present Surya Siddhanta has been adopted for calculation in the far off South, this famous Siddhanta must have been known throughout India at least for about 100-200 before Shaka 220. Ūtpala (in Shaka year 887) quoted from the Surya Siddhanta which evidently was not the one which is now current. The original Surya Siddhanta, the Siddhanta of Aryabhata and the Khanda Khadya of Brahma Gupta formed the triad under the aegis of which all the astronomical calculations were carried on till the beginning of the 10th century. But as time wears away the Siddhantas however accurate their data might be, go amiss, because the planetary motions are constantly undergoing perturbations which the Siddhantas could not provide for. So there is always a room and a necessity for a new Siddhanta or for a revised edition of the old to one.

So the present Surya Siddhanta must have been modelled on the old, for, it is clear that—

- (1) The old Siddhanta as quoted by Ūtpala was in Anustubha metre, the present Siddhanta also is composed in the same metre
- (2) The Solar year is more accurate and very near to the anomalous year
- (3) In the mean places of the planets, the corrections suggested by Varaha have been adopted
- (4) The precession of the equinoxes which although known to Varaha, but which he did not notice in his work has been accepted as a principal factor in the determination of the planetary places
- (5) The old Surya Siddhanta ceases to be followed from the 10th century and the revised version has ever since then been the guiding principle of later astronomers

(6) The longitudes of the fixed stars have been stated in accordance with the same mode as that in the old Surya Siddhanta.

(7) These observations indicate the Shaka year 484 (562 A. C.) as the date of observation, while as stated above similar observations noticed in the old Siddhanta date back to the beginning of Shaka Era.

I have said that the period of the Solar year adopted in the Surya Siddhanta is more accurate than that in the old Surya Siddhanta, because it approaches the anomalistic year very closely.

The advantage is that the place of the apogee is fixed. This was the method which was adopted in the Pulisha Siddhanta. It is true as remarked by S. J. Dixit that the solar year in our Calendar is neither tropical nor sidereal. But all the same it is neither unscientific nor inaccurate as we have seen, because it is anomalistic; and it is exceedingly creditable to the genius of our ancient Indian astronomers that they should have arrived at a result which if we make an allowance for the absence of telescopes, is most precise under the circumstances—the Siddhantic anomalistic year being 365 d. 6 hrs 12 $\frac{7}{8}$ m. while according to the most exact modern calculations it is 365d. 6h 13m. a difference only of nearly one minute!!.

A few words with regard to the accuracy of observations of the ancients may not be out of place; for, it must always be borne in mind that the observations of the ancients were carried out with the naked eye alone—unaided by any telescopes of a superfine construction. Judged by this standard a discrepancy, of about 10' minutes of space may be regarded as nothing, and every astronomer of some experience at least will ungrudgingly subscribe to the sagacious remarks of S. J. Dixit, who observes :—

“With regard to this matter it may be very easy to find fault with our ancient astronomical works simply by glancing at the numbers put down on paper in black and white. But no one who has had at least some experience of the great difficulty encountered in detecting the difference of 1" (second) of space even with a telescope of a very fine construction will never be so unjust. I myself have observed some planetary conjunctions only with the naked eye, and from such personal experience of mine, I would say without hesitation that two planets which through a good telescope would appear to be about 5' minutes or 300" seconds apart may be seen when viewed with the unaided eye to touch each other, (i. e. there would appear to be no distance at all between them). The fact that the ancients had to make their observations without a telescope should be borne in mind before making any comparison of their data with the admittedly accurate results of modern astronomers and we must accord to the ancients the due meed of praise for such minute investigations of theirs”
(भार. ज्यो. इति. p. 208)

Let us now take up the question of the authorship of the present or revised Surya Siddhanta. When we have seen that all of the five ancient Siddhantas were completely revised and in some cases entirely recast by subsequent astronomers, we are bound to say that changes in the revised versions must relate to matters of data or method. It is well known that a great astronomer named Lāṭā flourished prior to Shaka 420 who had written an excellent treatise on Hindu astronomy from

which the elements were borrowed by later astronomers who revised the obsolete works of Pitamaha, Vasishtha and Romasha S; Dixit surmises that to the same source may be ascribed the present revised Surya Siddhanta also I have no objection to accept this view, only that I have to add that the present Surya Siddhanta is based on the old Saura and replenished from the data supplied by Lata who had already written a commentary on Pulisha The periods of revolutions of all the planets except Jupiter have been corrected only slightly, but such corrections were suggested by Varaha himself As the present Surya Siddhanta based on the old one, has been corrected in accordance with the suggestions of Lata and of Varaha the first redactor of the Siddhanta, we must concede that the present Siddhanta is the revised version of the old Saura Siddhanta as preserved by Varaha and Lata

However another fact also should be noted that as pointed out by S; Dixit that the place of the sun's apogee according to the current Surya Siddhanta differs from the most accurate data of the moderns only by 15', when we have found that a difference even of 300 seconds cannot be detected by the naked eye!! We have also to take a note that the apogee of the Sun and the equinox recede from each other at the rate of 61.5" or to be more convenient at 60" per year which is exactly the rate of precession that has been laid down by our astronomers at least from the time of Munjia or even since the time of Varaha Modern Indian thinkers have inadvertently been led into the belief that the duration of the Siddhantic Solar year was put at 365d 6h and 12 $\frac{3}{4}$ m through some error of observation, but it will now be seen that there was nothing wrong in it as the year was anomalistic.

A space of about 5° or 6° on each side of the ecliptic constitutes what may be called the Zodiacal belt There lie within this belt a number of asterisms constellations, or groups of fixed stars which are known by the name of Nakshatras or lunar mansions They are 27 in number and the moon in her orbit passes very close to almost all of them some time or other during the year Prior to the division of the Zodiac into twelve Rasis or signs this belt was divided into 27 equal portions called the Nakshatra divisions The first division having been reckoned from that star-group which happened to be near the vernal equinox when such divisions were first formulated Before such divisions had been made the place of the sun had to be stated only approximately by observing the asterism which was on the meridian or very near to it at the time of sunrise [यदुष्य नश्यं तद् यद् कुर्वीतन्मुनिः ॥ Tatit] and the moon's position was stated by a reference to that Nakshatra group to which the moon had approached very near while she was moving in her orbit But as new methods of calculation were devised, the Zodiac had necessarily to be divided into equal parts which at first were 27 or 28 in number corresponding to the number of the Nakshatra groups The initial boundary of the first Nakshatra division commenced of course as stated above from the principal Star of that Nakshatra-group which happened to be near the vernal equinox, and each division was counted from West to East along the ecliptic.

All the evidence at present available points to the conclusion that the mode of the Nakshatra division was adopted when the equinox was near the constellation of Rohini. But the initial point of the first divi

sion was reckoned from the principal star in the Krittikas because that constellation was seen to rise in the East precisely at the Eastern point. Thus two birds seem to have been killed with one stone. The first position was secured for Rohini but the division was made to commence from the principal star of the Krittikas which was thus the last point of the Krittika division but the first point of the Rohini division because the vernal equinox was near Rohini. Both the star groups thus occupied a predominant position and the boundaries of the Nakshatra divisions were thus fixed once for all although the practice of the counting from that Nakshatra near which the equinox was situated was invariably adhered to. This may be described as the method of the Nakshatra divisions as distinguished from the Rashi-divisions. The Nakshatra method prevailed during the Vedic and the Vedanga-period with the only difference that the first Nakshatra division was indicated by the position of the Winter solstice instead of the vernal equinox the boundaries of the Nakshatra divisions already fixed remaining the same as before.

The Siddhanta period was the period in which the Rāshi system was introduced although the Nakshatra system could not be abandoned, because the calendar had adopted the lunar solar months which were named after the lunar constellations or the star groups.

In the old Surya Siddhanta which however, belonged to the Siddhantic period another method better suited for recording the observations of the Nakshatra stars and the planets appears to have been adopted. According to this method the observations are recorded with reference to the vernal equinox alone, while in the current Surya Siddhanta the same method is adopted but the observations are recorded with reference to the Krittikas in consonance with the time honoured system of the Nakshatra divisions in which the Krittikas stood at the end of the Krittika division and the beginning of Rohini. This system not only explains the successive positions which the vernal equinox occupied but rationally connects the Vedanga period with the Pitamaha and the other Siddhantas of the Siddhanta age.

Precession—a familiar Fact

It ought to be now shown how the Vedānga system of the Nakshatra in which the Nakshatras divisions were reckoned from the Principal star in the Krittikas can be connected with the Siddhantic mode in so far as reference to the precession is concerned. In this respect it can conclusively be shown that at the time of the Vedānga Jyōtisha (a. c. B. C. 1200) or even long before that period the ecliptic was divided into 27 equal portions of which the starting point was the principal star in the Krittika constellation, so that it would naturally stand at the end of the Krittika and at the beginning of the Rohini division. But the considerations upon which this conclusion is based cannot be set forth here as we are not discussing the Vedānga Jyōtisha, we must consequently seek some other line of thought to arrive at the truth.

When the initial or the finishing limit of any Nakshatra division is not sufficiently known, we must take it that all or at any rate those stars that are prominently visible to the naked eye are included within such a division, so that (a) the most westerly star would stand near the initial limit and (b) the most easterly one would lie towards the finishing

limit When the constellation comprises only a single star we have to follow yet another method with which we are not concerned here Under any such provisional but scientific method, out of the five stars which comprise the Dhanishthā group, Betā Delphini would indicate the west most, and Gammā the most eastern limit Even the current Surya Siddhāntā has adopted“ (घनिष्टायाश्च पश्चिमा तारा) the most western Betā as the principal star in Dhanishtha, so that the beginning of Dhanishtha would be at Beta or still more correctly to the west of it, but not to the east Now the longitude of Beta (in 1937 A C) is about 315°, and at the time of the Vedanga it was *avowedly* 270°, for, the winter solstice is always 270° to the east of the vernal equinox,

Hence the quantity of precession from the time of the Vedanga to the present day is 45° or a little less than that but not more, and the number of years elapsed since then is $(71.5 \times 45 =) 3217$ The date of Vedanga must be fixed between 1280 and 1200 B C because we have to follow the provisional method of research As Varaha lived in 500 A C the precession from 1200 B C to 500 A C would amount approximately to 24°, and as the limit indicated by years is between 1200—1280 B C, we have to accept 24° as the amount of the precession of the Ayanas from the date of the Vedanga to that of Varaha It is most gratifying that precisely this amount of precession has distinctly been observed and affirmed by Varaha himself At first he has clearly and definitely asserted the fact of precession S_J Dixit while discussing the precession of the Ayanas remarked that “Nothing has been stated in the Pancha Siddhantika about precession ” If S_J Dixit had in his mind the rate of precession, he is right, but if he meant that even the fact of precession was not referred to, his remark is an instance of obvious oversight and nothing else, for in the Pancha Siddhantika itself Varāha has made a note of the fact of precession when he says —

आश्लेषार्धाद् आसीत् यदा निवृत्तिं क्रिलोष्णरश्मेश्च ।
युक्त-मयनं तदासीत् साम्प्रत-मयनं पुनर्गमुत् ॥

“When the sun used to recede (or turn back to the South) from the middle point of (divisional) Ashlesha, the middle of Ashleshā was rightly the solstitial point, but now, (in Shaka 427) the solstitial return takes place from Punarvasu ”

In the above quoted verse it is not stated from what point of Punarvasu the sun began to turn to the South Yet it can be ascertained from a Couple of verses in the Brihat Samhita of which the author is Varaha himself In Chap III, 1, 2 of that work he says —

आश्लेषार्धाद् दक्षिणमुत्तर-मयनं रवे-र्धनिष्टायम् ।
नूनं कदाचिद् आसीत् तेनोक्तं पूर्वशाश्वेषु ॥ १ ॥
साम्प्रत-मयनं सवितु षर्षट्कान्य मृगादितश्चान्यत् ।
उत्ताभावो विकृति प्रत्यक्ष-परीक्षणै व्यङ्क्ति ॥ २ ॥

“The Summer Solstice situated in the middle of Ashleshā, and the Winter Solstice in the initial point of (divisional) Dhanishtha—such a position did really exist in former times, and hence it is mentioned in the ancient Sbastras ”

"But now summer solstice occurs in the beginning of Cancer, and the other (i.e. winter Solstice) in the beginning of Capricorn

"Denial of what I (Varāha) have stated would be unreasonable, for, it can be verified by actual observation"

Nothing is left in doubt by Varāha in the aforesaid verses. In the time of Varaha (i.e., in 500 A.C.) the solstice in Punarvasu coincided with the beginning of the sign of Cancer which is 90° to the east from the initial point of Mesha, and the divisional part corresponding to 90° from the beginning of (divisional) Asvini is $\frac{3}{4}$ of Punarvasu, so Punarvasutas means at the 4th charana of (divisional) Punarvasu. This would set at rest all unfounded fancies and conjectures.

Another important fact confirmed by Varaha is that even the divisional Nakshatras named in serial order from the Kritikas were the same fixed or unchanged divisions as they had been at the time of the Vedānga itself. For, had the names of the Nakshatra-divisions undergone any change to keep accord with the change of position of the equinox, (the divisional) Punarvasu would, even in the time of Varaha also, have been still called Ashleshā. But now we have seen that the Nakshatra divisions also were as fixed as the stars themselves and hence alone it was possible that every change in the positions of the equinox and the solstices should have been duly observed, noted and thoroughly comprehended by Varāha as a familiar fact of precession— which it was the object to explain to the general reader.

We have just considered the method by which it could fairly be proved independently that since the time the winter solstice was in Beta Delphinii or a degree or two to the west of it, (that is since B.C. 1280 or 1200) the same solstice had receded about 24° (or a little less than that) down to 500 A.C. the time when Varāha lived. This is not an insignificant circumstance, when we look back to the great period of 3200 years that has since elapsed. But a still more fortunate coincidence is that Varāha himself has unequivocally stated the number of degrees through which the Ayanās (or the solstices) had receded since the Vedānga period. Such a statement of Varāha himself—one of the greatest of astronomers,—was first brought to light by the late lamented Prof. V. B. Nalk. M. A. of Fergusson College, Poona, and a great astronomer of Maharashtra. He quoted some stanzas from the *Pancha Siddhāntikā* at the *Panchānga Conference held at Poona in 1925*. The full significance of the quotation was not properly attended to at the time, merely because the Conference never reached the stage at which the stanzas could be fully discussed. They have simply remained on record only for the benefit of those who would care to grasp the implications. I would therefore take this opportunity of quoting and attempting to interpret one of them in accordance with its astronomical aspect. The text is rather corrupt and I adopt Pandit Sudhākara Dvivedi's emendations wherever necessary.

It is not requisite that the verses should be discussed at length here in these introductory remarks. It would in my opinion suffice if I could draw attention to that verse of Varāha in which he has stated definitely the precession reached, since the time of the Vedāngas to his own day (i.e. to 500 A.C.). This amount of precession he has stated

in the following stanza which immediately follows the verse "आश्लेषाधीत्" quoted above. The stanza under discussion is

" विपरीतायनपाते यदा र्कः शशिश-शशिरवि-क्षेपः ॥ भवति तदा व्यतिपातो दिन-
सून्-शशियोग चक्रद्धे ॥

In this verse the precession is stated by Varāha to be equal to the greatest declination of the Sun. Varāha has put the greatest declination in his time roundly at 24° which according to the correct data was nearly $23^\circ 35'$ in 500 A. C. This definite mention occurs where Varāha has laid down two rules, one applying to the time of the Vedānga and the other to his own when the equinox was in the beginning of As'vini and the Ayanāms'hās were nil. When the equinox was at the beginning of Mesha or As'vini as was the case at the time of Varāha, he has stated that Vyatipāta occurs when the declinations of both the sun and the moon being equal, the sum of their Longitudes is together equal to 180° . But—says Varāha "At the epoch of the Vedānga when the summer solstice was in the middle of As'hlesha the Ayanāms'hās being negative (विपरीतायनपाते) they have to be subtracted from the longitudes of both, or added to six signs; and the amount of these Ayanāms'hās was according to Varāha equal to अर्ककादाशाः or the greatest declination of the sun which was roundly put at 24° by Varāha but which really was about $23^\circ 35'$ (in 500 A. C.) Evidently therefore, the date of the Vedānga according to Varāha was 1700 years before his time (i. e. B. C. 1200). Consequently the initial point of (divisional) Dhanishthā could never be more distant than $(270^\circ + 23^\circ 35' =) 293^\circ 35'$ from the beginning of Mesha or As'vini. The precession from the beginning of Mesha which coincided with equinox in Shaka 450 to the present day being about $19^\circ 38'$, the western limit of (divisional) Dhanishthā must be $(293^\circ 35' + 19^\circ 38' =) 313^\circ 13'$ from the equinox. The longitude of Betā Delpheni our provisional limit is at present $315^\circ 20'$; we are, therefore, in a position to declare confidently that the western limit of (divisional) Dhanishthā is not less than at least $2^\circ 7'$ to the west of Betā Delphini. This initial point of Dhanishthā also indicates that these Nakashatra divisions were started from the principal star in the Kritikās and from no other.



GLOSSARY.

The figures refer to the pages of the Book.

Altitude	26, 29, 57.....	उन्नतांश
Amplitude	89, 96.....	आमा; औदोयिक दिगंश,
Apse	54	उच्च
Aphelion	49, 54.....	दूरेच्च, मंदोच्च,
A Perihelion	P. 53	नीचोच्च,
Ascendant (on the horizon).....		उदयलम
Ascensional difference	64, 65, 66....	चरसंज्ञ, चरांश
Ayanamshas	78, 79.....	अयनांश
Cardinal points	76	प्राच्यादि बिन्दू
Civil Day	63.	सावन दिवस
Circumference of the Earth	16	भूपरिधि
Declination	26, 29, 44.	क्रान्ति (षड्वप्रोत)
Elongation	45, 51, 53	शीघ्रफल
Equation of the Centre	45, 49, 53.	मन्दफल
Equation of time	56, 57	वेदान्तर
Prime Horizon	65	निरक्ष क्षितिज
Equinox	27, 29.	संपात बिन्दू
General Information	20-24, 26-29, 54-55, 69, 72, 92, 103, 104.	
Gravitation and centrifugal force	34.	गुरुत्वाकर्षण आणि केंद्रापसरण शक्ति
Horizon	26-29.	क्षितिज
Latitude (of planets)	29	क्षर
Angle of Inclination (Mean)	19	विशेष
Angle of Inclination (True)	61	परमक्षर
Latitude (of a place on the Earth)	17	अक्षांश
Longitude (of a place on the Earth)	17	सैतांश, रेखान्तर, देशान्तर
Longitude of the Sun	83, 96	रखीचा मोग
Meridian (Prime)	17	मध्यरेखा, मुख्य याम्योत्तर
Meridian Transit	55, 85.	याम्योत्तर लघन
Nodes	35	पात,
Moon's Node		राहु (बिन्दू)
Obliquity	43	आक्रमतिर्भङ्गत्व, परमक्रान्ति
Palabha (equinoctial)	80	एकमा, अक्षांश सुत्ररथा
Perihelion	See Apse.	
Pole of the Equator	26	(विपुल) मुकबिन्दू
Ecliptic	26-29	वर्द्धबिन्दू
Prime Vertical	69-72.	पूर्वाग्रह

Ratio of the periodical revolutions-5, 21 भ्रमणकाल-प्रमाण.

Ratio of the Radius and Circumference

38, 42. त्रिज्या-परिधिप्रमाण

Semi Diurnal Arch-93

दिनार्धकालांश

Shadow 76, 77

छाया

Sidereal Revolution 22, 78

नाक्षत्रवर्षमान

Sidereal day 63

नाक्षत्रदिन

Sidereal Time 56

नाक्षत्रकाल

Solar day (Mean) 63

मध्यमसौरदिन

Solar Time 63

सौरदिनकाल

Solstices 77

षयनचिन्दू

Sun's R. A. 27, 97

विषुवकाल, विषुवांश

Tithi 67

तिथि, तिथिकाल

Transit 55, 85

याम्योत्तर लघन

Transit of the Ecliptical Signs 98, 99

दशमलघांश

Trigonometrical Functions 38-41, 73-75

त्रिज्यादिसाधन

Year Tropical 102

सांपातिकवर्ष

Year Sidereal 22, 78

नाक्षत्रवर्ष

Year Anomalistic-8, 22

उच्चानुवर्ति वर्ष

Zenith p 27, 29

सत्त्वस्तिक

Zenith Distance 82

नताश

शुद्धिपत्र

पान ४, श्लो० १७ व्वाचे मापान्तर :

“ अर्थात् त्या दशांश भागाला ” व्वाबद्दल

“ महायुगाच्या दशांश भागाला ” असें वाचावें.

पान ४, सप्तमवयस्ते मनवः हा १९ वा श्लोक,

श्लोक १८ याचे पुढें लगेच वाचावा.

पान १७, पहिल्या ६ व ७ ह्या ओळीमध्ये जेथे “ लघ्न्या ” असा शब्द आहे तेथें

“ लघ्नांश ” असें वाचावें.

ओळ २० “ Meridian ” याबद्दल “ Prime Meridian मुख्य ” असें वाचावें.

पान २२, ओळ १७, यात “ ३१॥ पळे म्हणजे ” याच्यापुढें “ उच्चानुवर्ति असल्यानें ”

असें वाचावें.

पान ५५ श्लोक ४६, स्पष्टीकरण पॅरा १ च्या शेवटीं “ महभुक्तिप्रमाणेंच स्थिरतारांच्या

भासमान परिभ्रमण कालासंबधानेंहि ह्या श्लोकाची योजना करतां येते ”

पान ९७ श्लोक ४२ यात

त्रिभुजकर्णार्ध म्हणजे परमक्रान्तिजुज्या अथवा Cos obliquity; आणि स्वकीय

जुज्या म्हणजे Cos declination असें समजावें.

॥ श्रीगणेशायनम ॥

सूर्यसिद्धांत

प्रागीशाद्याः सुमनसः सर्वार्यानां मुपक्रमे ।
यंनत्वा कृतकृत्याः स्पुःस्तं नतोसि गणेश्वरम् ॥
यथा शिष्या मयूराणां नामानां मणयो यथा ।
तद्वद् वेदाङ्गशास्त्राणां ज्योतिषं भूर्धनि स्थितम् ॥

अध्याय पहिला (मध्यमाधिकार)

अचिन्त्याव्यक्त-रूपाय निर्गुणाय गुणात्मने ॥
समस्त-जगदाधार-मूर्त्तये ब्रह्मणे नमः ॥ १ ॥

ज्याचे चिन्तन किंवा आकलन करितां येत नाही, जें अव्यक्त आणि निर्गुण असूनहि सगुण रूपानेंच व्यक्त होतें, आणि त्याचा सर्व विश्वाला प्रत्यक्ष आधार आहे अशा परब्रह्माला नमस्कार असो १

अल्पावशिष्टे तु कृते मयनामा महाऽसुरः ॥
रहस्यं परमं पुण्यं जिज्ञासुर्ज्ञानमुत्तमम् ॥ २ ॥
वेदाङ्गमग्र्यं आखिलं ज्योतिषा गतिकारणम् ॥
आराधयन् विवस्वन्तं तपस् तेषु सुदुश्चरम् ॥ ३ ॥

कृतयुग सप्त आले होतें, योडा अत्रपि शिडक होता अशा वेळीं मय नामाचा जो एक निर्यात् अहुर त्यानें केळें काय तर वेदाच्या सहा अपारिर्णां श्रेष्ठ अग आणि सर्व प्रह नक्षत्रा-दिकांच्या (वास्तविक आणि भासमान) गर्तीच्या कारणाचें रचणीकरण उघात आहे, असें मूढ आणि अल्पत पुण्यकारक असें ज्योतिषशास्त्र जाणणाच्या इच्छेनें उत्तम प्रकारचें परतु फार अवघड असें तप करून सूर्याची आराधना केली २, ३

तोपितस् तपसा तेन भीतस् तस्मै वरार्थिने ॥
ब्रह्मणा चरितं प्रादान्मयाय सन्निता स्वयम् ॥ ४ ॥

विदित स्ते मया भावस्तोपित—स्तपसा द्यहम् ॥
 दधां कालाश्रयं ज्ञानं ग्रहाणां चरितं महत् ॥ ५ ॥
 न मे तेजः सहः कश्चि दाख्यातुं नास्ति मे क्षणः ॥
 मदंशः पुरुषोऽयं ते निःशेषं कथयिष्यति ॥ ६ ॥
 इत्युक्त्वान्तर्दधे देवः समादिश्यांशमात्मतः ॥
 स पुमान् मयमाहेदं प्रणतं प्राञ्जलिस्थितम् ॥ ७ ॥
 शृणुष्वैकमनाः पूर्वं यदुक्तं ज्ञानमुचमम् ॥
 युगे युगे महर्षीणां स्वयमेव विवस्वताः ॥ ८ ॥

त्या तपाने सूर्य नारायण संतुष्ट होऊन प्रसन्न झाले. आणि वर मागणारा जो मयासुर त्याला स्वतः सूर्यानेच ग्रहादिकांच्या स्थिति गतिचे ज्ञान सांगितले ४.—सूर्य म्हणाला. तुझा उदेश मला कळला आहे, आणि तुझ्या तपानेहि मी संतुष्ट झालो आहे, म्हणून कालाच्या आधारावर उभारले गेलेले, आणि ग्रहादिकांसंबंधीचे उत्तम असे जे ज्योतिषशास्त्र तें मी तुला सांगतो ५— परंतु माझे तेज कोणालाहि सहन होत नाही (मग तुलाच कसे सहन होईल ?) आणि शिवाय मला तितका वेळहि नाही; म्हणून माझ्याच अंशाने अवतीर्ण झालेला एक ज्ञानी पुरुष तें शास्त्र तुला समप्र शिकवील. ६—असे बोलून सूर्याने आपल्याच अंशाने अवतीर्ण झालेला तो ज्ञानी पुरुष मयासुरास भेटविला आणि मग सूर्य नारायण अन्तर्धान पावला. तेव्हा हात जोडून पुढे उभा राहिलेल्या मयासुरास तो पुरुष म्हणाला कीः—७. प्रत्येक युगांत स्वतः सूर्यानेच मोठ-मोठ्या ऋषीनां उत्कृष्ट असे ज्योतिषशास्त्र शिकविले तें आता तूं लक्ष पूर्वक ऐक. ८

शास्त्रमाद्यं तदेवेदं यत् पूर्वं प्राह मास्करः ॥

युगानां परिवर्तेन कालभेदोऽत्र केवलम् ॥ ९ ॥

अगदी मूळचे जे शास्त्र सूर्याने पूर्वी ऋषींना सांगितले तेच मी आता सांगत आहे. परंतु युगांचा बदल होत असल्यामुळेच कालगणना पद्धती मात्र बदलली जाते, ती आतांच्या युगानुरूप बदलली आहे. ९

स्पष्टीकरणः—सौर २ ते ९ ह्याररून हे आपल्यास खात्रीपूर्वक समजते की असुर लोकांना म्हणजे असीरियन लोकांना ज्योतिषाची माहिती झाली ती आमच्या ऋषिंच्या कडूनच झाली. आम्हीच हे शास्त्र पाश्चात्यास शिकविले. मयासुर हा एक विद्वान् असीरियन हिंदुस्थानात येऊन इकडे वेदांग ज्योतिष आणि सिद्धांत ज्योतिषाचा अभ्यास करून त्यान आसारापास त्याचा प्रसार केला.

लोकानामन्तकृत् कालः कालोऽन्यः कलनात्मकः ॥

स द्विधा स्थूलसूक्ष्मत्वाद् मूर्त्तश्चामूर्त्त उच्यते ॥ १० ॥

काल शब्दाचे दोन अर्थ आहेत. ' र्व वस्तु मात्राचा नाश करणारी शक्ति हा काल शब्दाचा पहिला अर्थ. त्यालाच " अन्तक " म्हणतात. ज्याच्या योगाने भूत-वर्तमान-भविष्य

अशी गणना करता येते तो कलनात्मक काल हा दुसरा अर्थ. कलनात्मक काल हा स्थूल आणि सूक्ष्म, किंवा मूर्त आणि अमूर्त ह्या प्रमाणे दोन प्रकारचा आहे १०

प्राणादिः कथितो मूर्त स्रष्ट्याद्योऽमूर्तसंज्ञकः ॥

पद्भिः प्राणै विनाडी स्यात् तत्पथ्या नाडिका स्मृता ॥ ११ ॥

नाडी-पथ्या तु नाक्षत्रमहोरात्रं प्रकीर्तितम् ॥

तत् त्रिस्रता भवेन्मासः सावनोऽर्जुंदयै स्वथा ॥ १२ ॥

आसोच्छ्वास हा मूर्त स्वरूपा म्हणजे प्रत्यक्ष समजू शकणारा असा काल; आणि विपलें, पलें, घटका इत्यादि कालगणनात्मक पद्धति हा अप्रत्यक्ष किंवा अमूर्त काल होय. सहा आसोच्छ्वास झाले म्हणजे तितक्या कालाला एरु पल असे म्हणतात; ह्या प्रमाणे साठ पळांची (३६०-आसोच्छ्वासांची) एक नाडी म्हणजे घटिका होते. (११) ह्या प्रमाणे साठ घटिका झाल्या म्हणजे नाक्षत्र मानाचा एरु दिवस (अहोरात्र) होतो. अशा तीस नाक्षत्र दिवसांचा एक नाक्षत्र मास होतो आणि सूर्योदयाची सध्या तीस पूर्ण झाली म्हणजे त्याला सावन महिना म्हणतात (१२)

ऐन्द्रव-स्तिथिभि-स्तद्वत् संक्रान्त्या सौर उच्यते ॥

मासै-र्द्वादशभि-र्वर्षं दिव्यं तदह-रुच्यते ॥ १३ ॥

सुरा-सुराणामन्योन्यमहोरात्रं विपर्ययात् ॥

तत् पट्टिः पद्गुणा दिव्यं वर्षमासुरमेवच ॥ १४ ॥

चान्द्र तिथि तीस पूर्ण झाल्या म्हणजे तो चान्द्रमास; आणि प्रत्येक संक्रातिला जो एकेक महिना पुरा होतो तो सौरमास होय. (बारा चान्द्र मासांचे चान्द्र वर्ष आणि) बारा सौर मासांचे एक सौर वर्ष होते. मानवाचे एक वर्ष म्हणजे देवांचा १ दिवस, देवांचा जो दिवस ती असुरांची रात्र आणि असुरांचा दिवस तो देवांची रात्र या प्रमाणे उलट सुलट प्रकार आहे. या प्रमाणे देवांचे ३६० दिवस झाले म्हणजे त्यांचे वर्ष होते त्याला दिव्य वर्ष म्हणतात. तसेच असुरांचेहि वर्ष होते.

तद् द्वादशसहस्राणि चतुर्गुणमुदाहृतम् ॥

सूर्यान्दसंख्यया, द्वि-त्रि-सागरै रयुताहतैः ॥ १५ ॥

सन्ध्या सन्ध्यांश्च सहितं त्रिंशेयं तत् चतुर्गुणम् ॥

कृतादीनां व्यस्येयं घर्षपादव्यवस्थया ॥ १६ ॥

युगस्य दशमो भागः चतुस्त्रि-द्वयेक-सहगुणः ॥

क्रमात् कृतयुगादीनां षष्ठांशः सन्ध्ययोः स्वकः ॥ १७ ॥

देवांची १२००० बारा हजार वर्षे झाली म्हणजे मानवी (इतरेतादि) चार युगे होताना, किंवा ४३२ अयुत वर्षे (अथवा ४३२०००० मानवी वर्षे) झाली म्हणजे एक महायुग किंवा चार युगांची एक चौकटी होते. प्रत्येक युगाच्या आरंभी आणि शेवटी संधिकाल असतो. तो

संधिकाल कृतयुगाच्या आरंभी आणि शेषटी मिळून जितका असतो, त्याच्या पाऊणपट सन्धिकाल त्रेतायुगाचा, अर्धा द्वापराचा आणि पाच हिस्सा कलिचा संधिकाल असतो. द्वाप्रमाणे कृताच्या आरंभी ४०० (दिव्य वर्षे) आणि अंती ४०० वर्षे संधिकाल असतो. नंतर त्रेताचा आरंभ संधि, ३०० (दिव्य वर्षे) आणि अंतसंधि ३०० (दिव्य) वर्षे पुढे द्वापराचे दोन सन्धि प्रत्येकी २०० (दिव्य) वर्षांचा; तसेच कलिचे दोन सन्धि प्रत्येक १०० दिव्य वर्षांचा; मिळोन एकंदर संधिकाल २००० (दिव्य) वर्षांचा आणि प्रत्यक्ष युगकाल १०००० (दिव्य) वर्षांचा या प्रमाणे १२००० (दिव्य) वर्षे किंवा मानवी सौरवर्षे ४३२००००० शाली म्हणजे (संधिकाल धरून) एक चौकडी अथवा महायुग होते. प्रत्येक युगान्तराला ज्या प्रमाणे "धर्म" पाव हिस्सा कमी होतो. तशीच व्यस्तथा युगांची आणि सन्धिकालाचीहि आहे. १६.

प्रत्येक युगाचे सन्धिकाल धरून जितके युगमानाची (जितकी वर्षे) होतात त्याच्या सहाव्या हिस्शा इतकी वर्षे दोन्ही सन्धिकालाची मिळोन होतात. किंवा सन्धिकाल सोडून युगाची जितकी वर्षे त्याच्या दहाव्या हिस्शा इतका एकेक सन्धिकाल असतो. अर्थात् त्या दशांश भागाला अनुक्रमे ४, ३, २ ह्यांनी गुणिले असतां कृत, त्रेत, द्वापार ह्यांचे युगमान होते. १७.

युगानां सप्ततिः सैका मन्वन्तरमिहोच्यते ॥

कृताब्द संख्यां तस्यान्ते सन्धिः प्रोक्तो जलप्लवः ॥ १८ ॥

एकाहत्तर महायुगांचे (४३२००००० × १ इतक्या वर्षांचे) एक मन्वन्तर होते. प्रत्येक युगाला जसा सन्धि तशाच प्रत्येक मन्वन्तराच्या शेषटी संधि काल असतो. कृत युगाची जितकी वर्षे तितका (म्हणजे १७२८००० वर्षे इतका) एका मन्वन्तराचा सन्धि काल असतो. त्या सन्धि कालातच जल प्रलय होतो. १८.

संधि कालाची वर्षे आणि मन्वन्तराची वर्षे मिळोन एक मनु (अथवा ४३२०००० × ७१ अधिक १७२८००० इतका संधि काल म्हणजे एक मनु) असे चौदा मनु म्हणजे एक कल्प होतो.

स्पष्टीकरण—एका 'मनु' मध्ये संधिकाल धरून ३०८४४८००० इतकी वर्षे होतात.

ससन्धयस्ते मनवः कल्पे ज्ञेया श्रुतुर्दश ॥

कृतप्रमाणः कल्पादौ सन्धिः पञ्चदशः स्मृतः ॥ १९ ॥

प्रत्येक कल्पांरंभी कृतयुगा इतका (म्हणजे १७२८००० वर्षांचा) सन्धिकाल अमनो अर्थात् १४ मन्वन्तरांमध्ये पंधरा मनुसन्धिकाल असतात. १९

इत्थं युगसहस्रेण भूतसंहारकारकः ॥

कल्पो ब्राह्ममहः प्रोक्तं शर्वरी तस्य तावती ॥ २० ॥

परमायुः शतं तस्य तयाऽहोरात्र-संख्यया ॥

आयुषोऽर्द्धमितं तस्य शेषं कल्पोऽयमादिमः ॥ २१ ॥

द्वाप्रमाणे सहस्र युगांचा एक कल्प होतो. त्या कल्पानी सर्व प्राण्यांचा संहार होतो. एक

कल्प म्हणजे ब्रह्मदेवाचा एक दिवस, तितक्याच वर्षांची त्याची रात्र. ह्याप्रमाणे ब्रह्मदेवाची ३६० अहोरात्रे झाली म्हणजे त्याचे एक वर्ष होते. ह्याप्रमाणे शंभर वर्षे ब्रह्मदेवाचे आयुष्य असते (२×३६० कल्प × १०० इतकी वर्षे) होतात. त्यापैकी हल्लीच्या ब्रह्मदेवाच्या आयुष्याची पचास वर्षे होऊन गेली आहेत एतान्नाच्या वर्षाचा पहिला दिवस चालू आहे.

स्पष्टीकरण—एका कल्पामध्ये आपली ४३२०००००००० चार अब्ज वत्तीस कोट वर्षे होतात. पुनः तितक्याच वर्षांची रात्र. ब्रह्मदेवाचे एक अहोरात्र म्हणजे आठ अब्ज चौसष्ट कोटि वर्षे होतात. ह्याप्रमाणे वरील प्रचण्ड सव्येला ३६०×५० ह्यानीं गुणले म्हणजे ब्रह्मदेवाचे आयुष्य किती समाप्त झाले ते समजेल. ह्या कल्पनातांत वर्षे सव्येच्या हेतु कालाचे अनन्तत्व दाखविण्यासाठीच आहे.

कल्पादसाच मनवः पृथ्व्यतीताः ससन्धयः ॥

वैश्वतस्यच मनो-युमानां त्रिघनो गतः ॥ २२ ॥

अष्टाविंशत्युगादस्माद्यातमेतत् कृतं युगम् ॥

अतः कालं प्रसङ्ख्याय सङ्ख्यामेकत्र पिण्डयेत् ॥ २३ ॥

दिव्य पुरुष मयासुरास म्दणतो कीं, चालू कल्पापैनीं सहा मनु होऊन गेले, [सातव्या वैश्वत*मन्वन्तराचा सन्धिकालहि खलास होऊन त्यानंतर २७ सत्तारीस महायुगे संपून गेली आहेत. आणि अष्टाविसाव्या महायुगापैकी पहिले कृतयुगहि संपलेच आहे तर आता ब्रह्मदेवाच्या आयुष्याची किती वर्षे गेली हे त्या करिता बेरीज गुणाकार करून तूच पहा म्हणजे शाले. २३

ग्रहर्ध देव दैत्यादि सृजतोऽस्य चराचरम् ॥

कृताद्रि वेदा दिव्याद्वाः शतघ्ना वेधसो गताः ॥ २४ ॥

नक्षत्रे, ग्रह, देव, दैत्य, तसेच इतर सर्ग चराचर वस्तू ह्यानीं भरलेली सृष्टि उत्पन्न होऊन किती वर्षे शाली म्हणशील तर तिला उत्पन्न होऊन ४७४०० दिव्य वर्षे इतका काल लोटला आहे.

पश्चाद् व्रजंतोऽति जवान्क्षत्रैः सततं ग्रहाः ॥

जीय मानास्तुल्यन्ते तुल्यमेव स्वमार्गगाः ॥ २५ ॥

सतत म्हणजे अगदीं एक क्षणभरहि न थांबता नक्षत्रे म्हणजे स्वप्रकाश तारका ह्या अतिशय वेगाने (पूर्वे कडून) पश्चिमेकडे दोडत जात आहेत. म्हणून त्या शर्यतीन नक्षत्रांनीं प्रहाना हटारिल्याने ते मागच्या मार्गेन राहातात. [म्हणजे नक्षत्रे पूर्वेकडून पश्चिमेकडे धांवतात आणि] प्रह मार्गे राहिल्याने ते नक्षत्राच्या अनुरोधाने पश्चिमेकडून पूर्वेकडे आपल्या वास्तविक गतीने रेंगाळत जातात. प्रत्येक प्रह्याचा नक्षत्रामधून पूर्वेकडे जाण्याचा वेग-याच्या त्याच्या कक्षेच्या दूरत्वाच्या प्रमाणाने एज्जारावा आहे. २५

स्पष्टीकरण—हा श्लोक आनिशय महत्त्वाचा आहे. पृष्ठांचा दैनंदिन गतमुळे नक्षत्रे पूर्वेकडून पश्चिमेकडे जोराने धांवत आहेत असे वाटते. जोराने म्हणण्याचे कारण असे कीं सर्ग

नक्षत्रे आकाशाच्या परिवाची एका दिवसांतच प्रदक्षिणा संप्रवितात. येवढा वेग कोणाचाच नाही. सूर्याला सुद्धा नक्षत्रांच्या मानाने ४-मिनिटा इतका म्हणजे सुमारे दहा पळे वेळ जास्त लागतो. व्यावहारिक दृष्ट्या नक्षत्रे ही स्थिर आहेत. परंतु वस्तुतः ती अगदी स्थिर नाहीत. तथापि कित्येक हजार वर्षे लोटली तरी त्यांच्या परस्पर सापेक्ष स्थितीत कांहींच फरक पडत नाही. अगदी पोज्या तारा अशा आहेत की १०१५ हजार वर्षांत त्यांच्या स्थितीत कांहीं विकलीचे अन्तर पडते परंतु इतर नक्षत्रांत तीस तीस हजार वर्षांतहि तितकें सुद्धा अन्तर पडत नाही म्हणून नक्षत्रे ही अगदी स्थिर आहेत असेच मानून प्रहांच्या स्थिति गर्तांचें गणित वर्तवितात.

नक्षत्रे ही प्रवह वायूच्या जोराने धांवतात. असे सिद्धांतांत प्राचीन सांगितले आहे प्रवह म्हणजे पृथ्वीला आपल्या आंसा भोंवती गरगर फिरविणारी शक्ति म्हणून प्रवह वायूच्या योगाने नक्षत्रे फिरतात. ह्याचा स्पष्ट अर्थ असा की पृथ्वीच्या दैनंदिन भ्रमणामुळेच नक्षत्रांना पूर्वेकडून पश्चिमेकडे धांवण्याची गति आहे असा आपणांस भास होतो. ह्याला तुलना अशी की आपण आगगाडीत बसलो असता जेव्हां गाडी भर वेगाने धांवते तेव्हां सडकेच्या कडेची झाडे, घरे व तारापंजाचे खांबे तितक्याच जोराने उलट दिशेकडे धांवतांना दिसतात. वास्तविक पाहिले असता झाडे किंवा तारापंजाचे खांबे मळींच हळत नाहीत. आगगाडीच धांवते परंतु आपल्यास मात्र झाडे धांवत आहेत असे जे वाटते तो अर्थातच नुसता भास असतो. त्याच प्रमाणे नक्षत्रांची भासमान गति. नक्षत्रे स्थिरच आहेत परंतु पृथ्वीबरोबर आपणहि पश्चिमेकडून पूर्वेकडे 'गिरक्या घेतो, त्या कारणाने नक्षत्रे तितक्याच वेगाने आकाशांत पूर्वेकडून पश्चिमेकडे धांवत जाऊन पृथ्वीला प्रदक्षिणा करीत आहेत असे दिसते, तो निव्वळ भास आहे हे उघड आहे- सूर्य, चंद्र आणि इतर बुधादि सप्तप्रह पश्चिमेकडून पूर्वेकडे आपल्या वास्तविक गतिने जात असतात तरी ते देखील पृथ्वीच्या अक्षभ्रमणामुळे दररोज पृथ्वीची प्रदक्षिणा करतातच असे दिसते—तो देखाळ आमासच होय.

प्रवह वायुची गति म्हणजे पृथ्वीच्या अक्षभ्रमणामुळे उत्पन्न झाल्यासारखी दिसणारी गति—हिंला प्रवह—गति किंवा दैनंदिन गति असे म्हणूं. प्रवह गतिच्या शर्यतीत चंद्र हा फार मागे म्हणजे दररोज सुमारे ५० मिनिटे मागे पडतो म्हणून उशीरा उगवतो. सूर्य सुमारे चार मिनिटे ह्याप्रमाणे प्रत्येक प्रहाचे मान निरनिराळे आहे. परंतु प्रमाण मात्र सारखे आहे आणि ते त्यांच्या कक्षेच्या अंतराशी अगदी सारख्या प्रमाणांत आहे. म्हणजे प्रत्येक प्रहाचा प्रदक्षिणा काल आणि त्यांचे दूरत्व (म्हणजे सूर्यापासूनचे अन्तर) ह्यांचे प्रमाण अगदी सारखे आहे. हा शोध युरोपमध्ये (Kepler) केडुर हाने लावला तोच शोध अगदी तराच शब्दांमध्ये आपल्या सूर्यसिद्धांतामध्येहि आढळत आहे. ही वरोबर भूपणास्तर गोष्ट आहे. “ तुम्यमेव लम्बन्ते स्वमार्गगाः ” म्हणजे आपल्या कक्षेत फिरत असता अगदी सारख्या प्रमाणांतच मागे राहतात. ह्यामध्ये थोडाताण नाही, अप्पाहार नाही, पदरचा शब्द नाही. काही नाही. लम्बन्ते म्हणजे रेंगाळत पूर्वेकडे जातात. त्यांत शनि हा फारच रेंगाळतो—तो अगदी मन्द आहे. त्यापेक्षा गुरु जरा डीकर भ्रमण करतो, त्यापेक्षा मंगळ नंतर-रवि त्यापेक्षा शुक्र. त्यापेक्षा बुध. नंतर चंद्र. चंद्र हा सर्वांमध्ये नक्षत्र प्रदक्षिणा छोकर पुरी करतो.

प्राग्गतित्वं अत स्तेषां भगणैः प्रत्यहंगतिः ॥

परिणाहवशाद् भिन्ना तद्वशाद्भानि भुञ्जते ॥ २६ ॥

शीघ्रग स्तान्यथालपेन कालेन महताऽल्पगः ॥

तेषां तु परिवर्त्तेन पौष्णान्ते भगणः स्मृतः ॥ २७ ॥

भगण (म्हणजे स्थिर नक्षत्रांचा समूह; व विशेषे करून कृत्तिकाहि सत्तावीस नक्षत्रे किंवा मेपादि तारा-युक्त बारा विभाग ह्यांना " भगण " ही संज्ञा आहे. असा भगण) अथवा नक्षत्रांचें चक्र हें दररोज पूर्वेरुडून पश्चिमेकडे आकाश परिघातून वेगानें प्रदाक्षिणा करीत असल्या-मुळें रविचंद्रादि ग्रह हे प्रतिदिनीं नक्षत्रातून पूर्वेकडे गमन करितात. प्रत्येक प्रहाच्या कक्षेचा परिघ म्हणजे घेर निरनिराळा असल्या कारणानें त्यांची पूर्वेकडे जाण्याची दिनगति निरनिराळ्या मानांची असते. अशा भिन्न गतीनें ते सर्व नक्षत्रातून (पश्चिमेरुडून पूर्वेकडे) यथा काल भ्रमण करितात (हाच प्रहांचा नक्षत्र भोग.) २६

म्हणूनच ज्या प्रहाची दिनगति जलद असते तो ज्या अवधीमध्ये सर्व नक्षत्र चक्राचा भोग करितो. त्या पेक्षा जास्त वेळ त्या पेक्षां कमी गतीच्या प्रहास लागतो. [ज्या प्रहाची दिनगति कमी त्यांच्या भगणास वेळ जास्त; किंवा ज्याच्या भगणास वेळ कमी त्या प्रहाची दिनगति जास्त] त्यांचा सत्तावीस नक्षत्रातून एक फेरा पुरा झाला म्हणजे त्यास " भगण " म्हणतात. सर्व प्रहांचा भगण रेवती नक्षत्राच्या अखेरीस पूर्ण होतो. २७

स्पष्टीकरणः— " भगण " ह्या संज्ञेचा पारिभाषिक अर्थ " नक्षत्रचक्रामधील प्रहाचें परिभ्रमण किंवा फेरा " असा श्लोक २६, २७ ह्यांच्या अनुरोधानें होतो.

विकलानां कला पृष्ट्या तत्पृष्ट्या भाग उच्यते ॥

तत् त्रिंशता भवेद्राशि-भगणो द्वादशैव ते ॥ २८ ॥

सबध नक्षत्र चक्राचा जो परिघ त्याचे बरोबर सारखे बारा भाग केले म्हणजे प्रत्येक भागाला राशि असें म्हणतात. बारा राशिंचा एक नक्षत्र-भगण [ह्याचा अन्तिम बिन्दु श्लोक २७ प्रमाणे रेवती नक्षत्राचा शेवटचा बिन्दु होय. तोच भगणाचा शेवट आणि तेथूनच भगणाचा आरंभ तो सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे अश्विन्यादि, आणि वेदाङ्ग ज्योतिषानुसार कृत्तिकादि असतो.] राशिचा तिसरा भाग तो अश (किंवा राश्वंश. अर्थात् एका भगणांत ३६० अंश असतात. अशाचा साठावा विभाग म्हणजे कला, आणि एका कलेचा साठाना विभाग म्हणजे विकला.

स्पष्टीकरणः— अंशाच्या आंकड्याच्या डोक्यावर ० पोकळ शून्याची खूण करतात. कलेची खूण ' अशी, आणि विकलेची खूण " अशी असते. मूळ प्रमाण ६०" ची एक कला ६०' कलांचा एक अंश, ३०" अशाचा राशि आणि बारा राशांचा भगण असें कोष्टक सांगितलें आहे. परंतु परिघ हें परिमाण निश्चित, कोणत्याहि परिघाचा तीनशें साठावा हिस्सा म्हणजे एक अंश हेहि निश्चित असल्यानें भाषान्तरामध्ये परिघापासून विकले पर्यंत उतरत्या भाजणीनें कोष्टक दिले आहे.

युगे सूर्य-ज्ञ-शुक्राणां रचतुष्क-रदार्षावाः ॥

'कुजार्कि-गुरु-शीघ्राणां भगणाः पूर्यायिनाम् ॥ २९ ॥

सूर्य, बुध, शुक्र, मंगळ, गुरु आणि शनि ह्यांची मध्यम गति समजण्यासाठी, आणि पूर्व-कडे (नक्षत्रातून) गमन करणाऱ्या ग्रहांची शीघ्रे समजण्यासाठी ४३२०००० त्रेचाळीस लक्ष वीस हजार सौर वर्षांचे जे महायुग त्याच्या अनुरोधाने भगणसरया ठरविली आहे (म्हणून एका महायुगामध्ये सूर्याचे भगण ४३२०००० इतके होतात) २९

इन्दो रसाग्निर्नीपु-सप्तभूधरमार्गणाः ॥

दस्रथ्यष्ट रसाङ्गाक्षिलोचनानि कुजस्य तु ॥ ३० ॥

बुध शीघ्रस्य अन्न्यर्तुसादिव्यंक नगेन्दवः ॥

बृहस्पतेः खदसाक्षि वेदपङ्कह्वय-स्तथा ॥ ३१ ॥

सितशीघ्रस्य पट्सप्तत्रियमा थिरसभूधराः ॥

शने भुजङ्ग पटपञ्च रस वेद निशाकराः ॥ ३२ ॥

चन्द्रोच्चस्याग्निशून्याश्चि वसु सर्पाणिवा युगे ॥

वामं पातस्य वस्यग्निमयाश्चिशिखिदस्रकाः ॥ ३३ ॥

तसेच एका महायुगात चंद्राचे ५७७५३३३६, मंगळाचे २२९६८३२, बुध शीघ्राचे १७९३७०६०, गुरुचे भगण ३६४२२०, शुक्र शीघ्राचे ७०२२३७६, आणि शनिचे १४६५६८ भगण होतात चंद्रोच्चाचे ४८८२०३, चंद्रपाताचे म्हणजे राहूचे भगण २३२२६८ होतात पातळ किंवा राहू ह्याची गति उलट असते

मानामष्टाक्षि वस्वज्जि त्रि द्वि द्व्यष्ट शरेन्दवः ॥

भोदया भगणैः सैः स्वैरूना स्वस्त्रोदया युगे ॥ ३४ ॥

नक्षत्रांचे फेरे एका महायुगात १५८२२३७८२८ होतात हे फेरे म्हणजे नाक्षत्र-दिनाची सख्या होय ह्या नाक्षत्र भगणा या दिन सख्येतून प्रत्येक ग्रहाची भगण सख्या वजा केली असता वरील नक्षत्र दिनसख्येच्या अनुरोधाने त्या त्या ग्रहाचे उदय किती होतात ती सरया समजते

उदाहरणार्थ नाक्षत्रदिन सरया १५८२२३७८२८ उरणे ४३२०००० = १५७७९१७८२८ ही सूर्योदयाची सख्या झाली एक सूर्योदय म्हणजे सातन दिवस म्हणून एका महायुगाच्या काल खण्डात १५७७९१७८२८ इतके सातन दिवस होतात ते हा त्रैमासिकाने सातनदिन सख्येला सौर भगण सख्येने भागिले असता एका सौर वर्षाचे सातन मान समजते ते ३६५ दिवस १५ घ ३१ पळे ३१ विपळे येते

भवन्ति शशिनो मासाः सूर्येन्दु भगणान्तरम् ॥

रविमासोनितास्वेतु शेपाः स्युरधिमासकाः ॥ ३५ ॥

एका महायुगाच्या चन्द्र भगणांतून सूर्याचे भगण वजा केले असतां एका महायुगांतिल चान्द्रमासांची संख्या समजते. त्यांतून रविमासांची संख्या (४३२००००×१२) वजा केली असतां महायुगांतिल अधिक चान्द्रमासांची संख्या येते. ३५

सावनाहानि चान्द्रेभ्यो द्युभ्यः प्रोज्झ्य तिथि क्षयाः ॥
उदया दुदयं भानो भूमिसावनवासराः ॥ ३६ ॥

चान्द्रमासांच्या तिथि करून (म्हणजे चान्द्रमास संख्येला ३० नीं गुणून) त्यातून सावन दिनसंख्या वजा केली म्हणजे क्षय तिथींची संख्या येते. सूर्याचा उदय झाल्यापासून पुढील दुसरा उदय होई पर्यंतचा जो काळ तो भौम दिन होय, ह्यालाच सावन दिवस म्हणतात. ३६

वसु-द्व्यष्टाद्विरूपाङ्गसप्ताद्वि-तिथयो युगे ॥
चान्द्राःस्त्राष्ट खस्र्व्योमस्त्रामिस्त्रुर्तुनिशाकराः ॥ ३७ ॥

एका महायुगांत मध्यम मानाचे सावन दिवस (श्लोक ३४ प्रमाणें) १५७७९१७८२८ इतकें असतात आणि चान्द्रदिन अथवा तिथींची संख्या १६०३००००८० इतकी असते. ३७

पङ्-वह्नि-त्रि-हुताशाङ्क-तिथयश्चाधिमासकाः ॥
तिथिक्षया यमार्थाश्चिद्व्यष्ट्योमशराश्चिनः ॥ ३८ ॥

(श्लोक ३५ प्रमाणें) एका महायुगांत १५९३३३६ अधिकमास (चान्द्र-सौर मानानें) येतात आणि २५०८२२५२ क्षयतिथींची संख्या असते. ३८

खचतुष्कसमुद्राष्ट-कुपञ्च-रविमासकाः ॥
भवन्ति भोदया भानुभगणैरुनिताः कृहाः ॥ ३९ ॥

महायुगांतिल सौरवर्ष संख्या ४३२०००० हिला १२ नीं गुणिलें असतां ५१८४०००० इतकी सौरमासांची संख्या होते आणि वर श्लोक ३४ व ३७ ह्यांत सांगितल्याप्रमाणें नक्षत्रभ्रमण संख्या (१५८२२३७८२८) हित्यांतून सौर भगण (४३२००००) उणे केल्यास बुदिन संख्या म्हणजे सावन दिन संख्या येते. ३९

अधिमासोनरात्र्यृक्ष चांद्र सावन वासराः ॥
एते सहस्रगुणिताः कल्पेभ्युर्भगणादयः ॥ ४० ॥

एका महायुगामध्ये होणारे अधिमास, क्षयतिथी, चान्द्र सावन दिन इत्यादिकांस १००० ह्या हांख्येनें गुणिले असतां त्यांची एका कल्पातील संख्या येते.

वरील श्लोक २९ पासून ३६ पर्यंत एका महायुगांत जीं मानें निघतात तीं येणें प्रमाणें—
सृष्टयुत्पत्तिकालें वर्षे १७०६४००० (श्लोक २४)
एक महायुग ४३२०००० वर्षे
ए. धि... २

नक्षत्र भ्रम अथवा	} १५८२२३७८२८	प्रहांचें भगण
भूभ्रम		बुध १७९३७०६०
रवि भगण	४३२००००	शुक्र ७०२२३७६
सावनदिन	१५७७९१७८२८	मंगळ २२९६८३२
चन्द्रभगण	५७७५३३३६	गुरु ३६४२२०
चन्द्रोच्च	४८८२०३	शनि १४६५६८
चन्द्रकेन्द्र	५७२६५१३३	चांद्रमास ५३४३३३३६
चंद्रपात अथवा	} २३२२३८	तिथि १६०३००००८०
राहु		आधिकमास १५९३३३६
सौरमास	५१८४००००	क्षयतिथि २५०८२२५२

श्लोक ४१ ते ४४ ह्यांत रवि, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र, शनि ह्यांच्या मन्दोच्चांचे एक कल्पातील भगण आणि पात भगण दिले आहेत ते असे:—

प्राग्गतेः सूर्यमन्दस्य कल्पे सप्ताष्टवह्वयः ॥
 कौजस्य-वेद-खयमा बौधस्याष्टर्तु बह्वयः ॥ ४१ ॥
 राखरंध्राणि जैवस्य शौक्रस्यार्थ-गुणेपवः ॥
 गोऽग्रयः शनिमन्दस्य, पातानामथ वामतः ॥ ४२ ॥
 मनुदस्नास्तु कौजस्य बौधस्याष्टाष्ट-सागराः ॥
 कृताद्रिचन्द्रा जैवस्य त्रिखाङ्गाश्च भृगोस्तथा ॥ ४३ ॥
 शनिपातस्य भगणाः कल्पे यमरसर्तवः ॥
 भगणाः पूर्वमेवात प्रोक्ताश्चन्द्रोच्चपातयोः ॥ ४४ ॥

एका कल्पामध्ये (१००० महायुगांत)

मन्दोच्च भगण	पातभगण
रवि ३८७	—नाहीं—
मंगळ २०४	मंगळ २१४
बुध ३६८	बुध ४८८
गुरु ९००	गुरु १७४
शुक्र ५३५	शुक्र ९०३
शनि ३९	शनि ६०

आतां कल्पांतमापासून व सृष्ट्युत्पत्तिपूर्ण झाल्या पासून इष्टवर्षापर्यंत रातवर्ष संख्या करी काढावी त्याचे विवेचन ४५, ४६, ४७ ह्या श्लोकांत केले आहे.

पणमनूनां तु सम्पिण्ड्य कालं तत्सन्धिभिः सह ॥
 कल्पादिसन्धिना सार्धं वैवस्वतमनो स्वथा ॥ ४५ ॥

युगानां त्रिधनं यातं तथा कृतयुगं त्विदम् ॥

प्रोज्झ्य सृष्टे स्ततः कालं पूर्वोक्तं दिव्यसंख्यया ॥ ४६ ॥

सूर्याब्द-सङ्ख्यया ज्ञेया कृतस्यान्ते गता अमी ॥

खचतुष्क-यमाद्रचमि-शररन्ध्र-निशाकराः ॥ ४७ ॥

प्रत्येक मन्वन्तराच्या वर्ष संख्येत त्याचा सन्धिकाल (जो कृतयुगा येवढा असतो तो) मिळवून संधियुक्त मन्वन्तराची संख्या (अ ही) काढावी नंतर सहा मन्वन्तरे पूर्ण झाली म्हणून वरील (अ) संख्येची सहा पट करावी (म्हणजे आ ही संख्या सहा मन्वन्तरांची होईल. ह्यात कल्पारंभाचा संधिकाल मिळवावा. (म्हणजे क संख्या येते.) नंतर २७ महायुगे गत झाली त्यांची संख्या मिळवून (ख ही) संख्या आणावी. नंतर त्यात अष्टाविसाव्या महायुगापैकी कृतयुग पूर्ण झाले असल्याने त्याची वर्षे मिळवून जी (ग ही) वर्ष संख्या येते ती कल्पारंभापासून सातव्या मन्वन्तराच्या अष्टाविसाव्या महायुगापैकी कृतयुगाच्या अखेरीपर्यंतची वर्षसंख्या होईल. नंतर त्यातून सृष्ट्युत्पत्तिरूढे लागलेली (४७४०० × ३६०) वर्षे वजा केल्यास सृष्ट्युत्पत्तिपूर्ण झाल्यापासून चालू मन्वन्तराच्या अष्टाविसाव्या चौकडीचे पहिले (कृत) युग समाप्त झाले तो पर्यंतची गतवर्ष संख्या येते, ती १ अब्ज, ९५ कोटी, ३७ लक्ष, आणि २० हजार इतकी आहे.

स्पष्टीकरणः—महायुगाची वर्ष संख्या श्लोक १५ प्रमाणे ४३२००००० येते. त्याला ७१ नीं गुणून मन्वन्तर वर्षसंख्या श्लोक १८ प्रमाणे [३०६७२००००] + सन्धिकाल कृत-युगा येवढा १७२८००० वर्षे = (अ) संधियुक्त मन्वन्तर वर्ष संख्या [३०८४४८०००]. याप्रमाणे सहा सन्धि मन्वन्तराची वर्षसंख्या. (आ) [१८५०६८८०००] + [कल्पारंभसन्धि १७२८०००. मिळोन कल्पारंभापासून सहा मन्वन्तरे पूर्ण (क) [१८५२४१६०००] वर्षे संख्या; ह्यात २७ महायुगाची वर्षे ११६६४०००० (ख) मिळवून अष्टाविसाव्या महायुगापैकी कृतयुग पूर्ण झाले म्हणून त्याची वर्षे मिळविली तेव्हा (ग) कल्पारंभापासूनची वर्षसंख्या १९७०७८४००० होते. त्यातून सृष्ट्युत्पत्तिची वर्षे (१७०६४०००) वजा केली म्हणजे प्रस्तुत कल्पातील सृष्ट्युत्पत्तिपासून चालू महायुगातील क्रमयुगाच्या अखेरीपर्यंतची वर्षे येतील ती १९५३७२०००० होतात. त्यांत त्रैतायुगाची (१२९६०००) आणि द्वापरार्ची (८६४०००) वर्षे मिळविली म्हणजे १९५५८८०००० इतकी कोलयुगारंभापर्यंतची वर्षे येतात. त्यांत ३१७९ वर्षे आणखी मिळविल्यास शालिवाहन शकारभापर्यंतची वर्षसंख्या येते.

अत ऊर्ध्वम् अमी युक्ता गतकालाब्दसङ्ख्यया ॥

मासीकृता युता मासे मेषुशुक्लादिभि र्गतेः ॥ ४८ ॥

पृथक्स्थास्तेऽधिमासघ्नाः सूर्यमास-विभाजिताः ॥

लब्धाधिमासकैर्युक्ता दिनीकृत्य दिनान्निगताः ॥ ४९ ॥

द्विष्टास्तिथिक्षयाभ्यस्ता-श्चान्द्रवासरभाजिताः ॥

लघोनरात्रिरहिता लङ्कायामार्घरात्रिकः ॥ ५० ॥

सावनो द्युगणः सूर्यात् दिनमासाब्दपास्ततः ॥
सप्तभिः क्षयितः शेषः सूर्याद् यो वासरेश्वरः ॥ ५१ ॥

ह्यानंतर अहर्गण आणण्याची पद्धति सांगतातः—

आतांपर्यंत सृष्टयुत्पत्तिपासून गेल्या कृनयुगाच्या अंतांपर्यंत गत झालेली वर्षसंख्या १ अब्ज, ९५ कोटि, ३७ लक्ष, आणि वीसहजार कशी होते तें सांगितलें, परंतु अहर्गण काढण्यास चालू वर्षांच्या अगोदरच्या वर्षांच्या अखेरीपर्यंतची वर्षसंख्या प्रथम काढली पाहिजे. त्यासाठी कृतयुगातीच्या वर्षसंख्येत त्रेतायुग द्वापरयुग आणि गनकळियुग इतकी वर्षे मिळविली पाहिजेत हीच गोष्ट प्रथम बरीच श्लोकांत सांगितली आहे. ती अतः ऊर्ध्वम् ह्या श्लोकापासून सांगतातः—

त्रेतारंभापासून ही कृतयुगातीची संख्या अगदी चालू वर्षांपर्यंतच्या वर्षसंख्येत मिळवावी. नंतर त्या संख्येस १२नी गुणिलें असनां महिन्यांची संख्या निघते; (अ) त्यांत चैत्रादि गतमाससंख्या मिळवावी (आ) त्यांत गतअधिकमास मिळविले म्हणजे चांद्र मास होतात. (क) अधिकमास संख्या काढण्यासाठी एकंदर माससंख्येस महायुगान्तर्गत अधिमाससंख्येनें गुणून सौरमास संख्येनें मागावें लागते; ह्या प्रमाणे आलेले अधिमास मास संख्येत मिळवून त्यांच्या तिथि कराव्या आणि त्यांत गततीथि मासारंभापासून मिळवून त्या संख्येसून क्षयतीथि वजा केल्यास सावनदिनसंख्या येते. (ख) हाच द्युगण, किंवा दिनराशि, अथवा अहर्गण होय. (महायुगांतर्गत क्षयतिथि संख्येनें चांद्रदिनांस गुणून युगातील तिथिसंख्येनें मागिलें असता क्षयतिथि येतात त्या वजा कराव्या) हा अहर्गण लंकेतील मध्यरात्रीचा येतो. अहर्गणास सातानी मागून बाकी राहिल ती रविवारापासून मोजल्यास अर्ध्व म्हणजे मेघ संक्रमणाचा वार निघतो ह्यालाच वासरेश्वर म्हणतात.

स्पष्टीकरणः—हा अहर्गण कांही विशिष्ट वर्षांच्या आरंभाचा एकदमच करून त्या दिवशीच्या संक्रमणाच्या वेळेचे मध्यम ग्रहही काढून ठेवतात. त्यास त्या त्या प्रहाचे क्षेपक म्हणतात. ही विशिष्ट वर्षे म्हणजे द्वापर युगाच्या अन्तिम वर्षातील मेघसंक्रमणकाल; नंतर कळियुगाच्या ३१७९ ह्या वर्षांचें मेघसंक्रमण. हेंच शून्यशकांचें मेघसंक्रमण, त्यानंतर आर्यमठ, वराहमिहिर, शून्यायनांशावर्ष, ब्रह्मगुप्त भास्कराचार्य, गणेशदेवज्ञ ह्यांच्या सिद्धांतांचीं वर्षे ह्या सर्व वर्षांचे अहर्गण आणि क्षेपक पडताळा पाहण्यास उपयोगी पडतात.

ह्या संबंधानें ज्यो. दीक्षित लिहितातः—

“ सांप्रतचा सूर्यसिद्धांत आणि त्याचे अनुयायी इतर सिद्धांत यांच्या मते कल्पारंभीच सर्व सृष्टि उत्पन्न झाली नाही, तर सृष्टि उत्पन्न करण्यास ब्रह्मदेवास ४७४०० दिव्यवर्षे म्हणजे कळियुगायेवढी ३९॥ युगे लागली. कल्पारंभापासून इतका काल गेला तेव्हां सर्व ग्रह, त्यांची उच्च आणि पात हे सर्व एकत्र होते. पुढें ग्रहगति सुरु झाली. दुसऱ्या आर्यमठाचें बहुतेक असेंच मत आहे. त्याची सृष्टयुत्पत्ति वर्षसंख्या मात्र भिन्न आहे. पंचसिद्धान्तिकोक सूर्यादि सिद्धांतांचें मत काय होतें हे समजण्यास मार्ग नाही.

सांप्रतच्या सूर्यसिद्धान्तप्रमाणें वर्तमान कळियुगारंभी सर्व ग्रह मध्यम मानानें एकत्र येतात. तसेंच कृनयुगाती सूर्यसिद्धांत झाला तेव्हाहि सर्व ग्रह एकत्र होते. महायुगांत ग्रहांचे जे भगण

मानले आहेत. त्यांची संख्या चोहोंनी विभाज्य आहे. यामुळे २॥ कलियुगांत पूर्ण होतो. यामुळे २॥ कलियुगांत इतक्या काळाचे अन्तराने सर्व ग्रह पुनः एकत्र येतात. ब्रह्मदिनापासून वर्तमान कलियुगारंभापर्यंत ४५६७ इतकी कलिप्रमाण वर्षे गेली. ही संख्या २॥ यांनी विभाज्य नाही. यामुळे सृष्ट्युत्पत्तिकडे फाई वर्षे गेली नाहीत असे मानले तर कल्वारंभी सर्व ग्रह एकत्र येत नाहीत. कलिप्रमाण ३९॥ युगे सृष्ट्युत्पत्तिकडे गेल्यामुळे ग्रहप्रचारारंभापासून वर्तमान कलियुगारंभापर्यंत (४५६७-३९॥) ४५२७॥ कलिप्रमाण युगे होतात, ही संख्या २॥ यांनी विभाज्य आहे. यामुळे सृष्ट्यारंभी सर्व ग्रह एकत्र होते असे मानून वर्तमान कलियुगारंभी आणि तत्पूर्वकृतान्ती ते एकत्र येतात.

सृष्ट्यारंभी मात्र उच्च आणि पात एकत्र होणे बाकी कोणत्याहि काळी ते सर्व एकत्र येत नाहीत.

युगपद्धतिचें महत्त्व काय आणि आपल्या धर्मशास्त्रात व पुराणांत तिचा अन्तर्भाव कशा-करितां झाला ह्याचें विवेचन येथें अस्तुत आहे. काळाचें अर्धत्वं आणि ऋतूनां जे परमेश्वर त्याच्या स्वरूपाचें अंशतः तरी दिग्दर्शन काळाचा अनन्वत्वाच्या जाणिवेमुळे निश्चिन्ने होते. आणि ज्योतिष तर प्रत्यक्ष काळाशीं संबन्ध असलेली जीं प्रश्नक्षेत्रें त्यांच्याशींच एकाच अस्त्या-मुळे युगपद्धतीचें महत्त्व ज्योतिषांत तर अरिभिनच आहे. अगदीं सूर्य दृष्टीने पाहिलें तरी वर्ष-मान, चन्द्र आणि इतर ग्रह ह्यांचे भ्रमणकाल, त्याचप्रमाणें अतिशय सूक्ष्म गतिने, सरकणारी मन्दोच्चें, व पात ह्यांचे मापन युगपद्धतीशीं जोडून दिल्याने जसें सूक्ष्म आणि निश्चित, सांगता येतें तसें तें इतर पद्धतिने तितक्या सूक्ष्मपणें व्यवस्थित सांगतां आले नसतें. आणि त्याचा सूक्ष्म पद्धतिने उपयोगदि करितां आला नसतां. सूर्यसिद्धान्तात उच्चानुत्तरीं वर्षमान जसें युगपद्धतीशीं जोडून देतां येतें तसें नवीन वर्षमानहि युगपद्धतिशीं जोडून देतां येणें शक्य आहे. परंतु त्याच्या उदापोहाची जरूरी नाही.

मासान्ददिन सङ्ख्यासं द्वित्रिंशं रूपसंयुतम् ॥

सप्तोष्टतावशषौ तु विज्ञेयी मासवर्षकौ ॥ ५२ ॥

[अर्हर्ग ग ह्यालाच युगण किंवा दिनराशि म्हणतात. आणि ज्याची रीति मागील श्लोकांत सांगितली त्या] अर्हर्गाला निसानीं मागून त्या भागाकाराचा दोहोंनी गुणून त्यांत एक मिळवावा. आणि त्या संख्येचा सातानीं मागून जी बाकी राहिल त्या आंकड्यापर्यंत रविवार पासून मोजावें. आणि तो वार मासाधिपति आहे असें समजावें.

त्याच प्रमाणें अर्हर्गाला ३६० नीं मागून भागाकाराला निशीनीं गुणून त्यांतहि एक मिळवावा, आणि त्या संख्येस ७ नीं मागून जी बाकी उरेल त्या आंकड्यापर्यंत रविवार १ असें समजून मोजावें म्हणजे संवसराधिपति येतो.

यथा स्वभगणाभ्यस्तो दिनराशिः कुवासरः ॥

विभाजितो मध्यगत्या भगणादि ग्रहो भवेत् ॥ ५३ ॥

नंतर प्रहांच्या भगण संख्येपासून त्यांचे राश्यंशादिक मध्यममानानें आणावें. ह्यालाच मध्यम ग्रह म्हणतात. अहर्गणाला त्या त्या प्रहांच्या (महायुगांतील) भगणसंख्येनें गुणावें आणि सावनदिन संख्येनें (अथवा कुदिन संख्येनें भागावें (भागाकाराची संख्या सोडून घावी कारण ते पूर्ण भगण असतात.) वाकी राहिल तिन्ना १२ नीं गुणून पुनः सौरदिनसंख्येनें भागावें म्हणजे मध्यम ग्रहांच्या स्थानाच्या राशीच्या आंकडा येतो. नंतर पुनः बाकी राहिल्यास ३०नें गुणून अंश कला, विकला याप्रमाणें मध्यम ग्रह आणावा.

स्पष्टीकरणः—५३ व्या श्लोकांतील पद्धति केवळ त्रैराशिक आहे. भगण म्हणजे १२ राशींचे पूर्ण चक्र. अशीं चक्रें प्रत्येक ग्रहाचीं एका महायुगांत जिनकीं होताना तितक्या संख्येला भगण (संख्या) म्हणतात. महायुगांत (१५७७२१७८२८) इतकी कुदिनांची संख्या असते. म्हणून त्रैराशिक मांडलें पाहिजे तें असेंः—

इतक्या कुदिनांमध्ये, जर इतकें भगण, तर इतक्या अहर्गणामध्ये किती भगण. त्यामुळे—
अहर्गण × भगण ÷ भागिले कुदिन = मध्यम ग्रह—अशी रीति बसली.

एवं स्वशीघ्रमन्दोच्चा ये प्रोक्ताः पूर्वयागिनः ॥

विलोमगतयः पाताः तद्वत् चक्राद् विशोधिताः ॥ ५४ ॥

ह्याचप्रमाणें प्रहांचीं मन्दोच्चें, शीघ्रोच्चें व पात ह्यांचें एका कक्षांतील भगण मार्गें श्लोक ४१ ते ४४ मध्ये सांगितले आहेतच. त्यावरून मन्दोच्चें व पात त्रैराशिक पद्धतिनें काढावें, मात्र पातांचे जे रास्यादिक येतील ते उलट गतिचे (विलोम गतिचे) असण्या कारणानें त्यांचे राश्यंशादिक चक्रशुद्ध करून घेतले पाहिजेत.

स्पष्टीकरणः—चक्रशोधन करणें म्हणजे राश्यंशादिक १२ राशितून वजा करणें. महा—युगांतील कुदिनांची एक हजार पट केली असतां कल्प कुदिन निघतात. त्याचेहि रीति प्रमाणें च त्रैराशिक मांडावें.

द्वादशघ्ना गुरोर्याता भगणा वर्तमानकैः ॥

राशिभिः सहिताः शुद्धाः पष्टयास्युर्विजयादयः ॥ ५५ ॥

बाह्यस्पष्ट संवत्सर “ विजय, जय मन्मथ ” इत्यादि गुरुच्या भगणास वारांनीं गुणून त्यांत गुह व्या राशित असेल तेपयंतची राशिमेव्हा म्हणजे गतराशिसंख्या मिळवावी. एकंदर संख्येला ६० नीं भागावें जो भागाकार येईल तो आंकडा “ विजयादि ” असतो त्रैराशिक गुरुभगण × १२ + गतराशि + ६० = विजयादि.

विस्तरैणैत—दुदितं सङ्क्षेपाद्ब्यावहारिकम् ॥

मध्यमानयनं कार्यं ग्रहाणामिष्टतो युगात् ॥ ५६ ॥

अस्मिन् कृतयुगस्मान्ते सर्वे मध्यगता ग्रहाः ॥

विना तु पात—मन्दोच्चान् मेपादां तुल्यतामिताः ॥ ५७ ॥

दरप्या सर्व श्लोकांतील गणितकार्य त्यांत मोठमोठ्या संप्रदायांचे गुणाकार भागाकार अस-

ल्याने फार त्रासदायक आहे. तथापि ते युक्तिने शक्य तितकें बेतान आणतां येते. त्या प्रमाणें इष्टयुगापर्यंत क्षेपकादि करून वरील लांबलचक गणिताचा संक्षेप करता येतो.

मन्दोच्च आणि पात हे फक्त कल्पारंभीच मेधादि होते त्यानंतर ते एकत्र येत नाहींत. पंतु मध्यमग्रह मात्र महायुगाच्या चौकीडींतील कृतयुगाच्या शेवटच्या वर्षांच्या अखेरीस भगणपूर्ण होऊन सर्व ग्रह मेपराशीच्या अगदी आरंभी होते. म्हणजे प्रत्येक ग्रहाचा मध्यम भोग शून्य होता.

मकरादौ शशाङ्कोच्चं तत्पातस्तु तुलादिगः ॥

निरंशत्वं गता-ध्वान्ये नोक्ता-स्ते मन्दचारिणः ॥ ५८ ॥

चंद्राच्च मन्दोच्च मकरारंभी, आणि राहु तुळारंभी होता. बाकीच्या ग्रहांची मन्दोच्च पात हे कृतयुगांती शून्य नसल्याने येथे सांगितले नाहींत.

*कल्पस्यात्र सहस्रांशो युगं तावत्प्रकीर्त्यते ॥

चतुर्विंशो युगस्यांशः सूर्याचन्द्रमसोर्युगम् ॥ १ ॥

एकैकमष्टादशभिः सूर्याद्विरयुताहतैः ॥

तत्रार्केन्द्रधिमासार्केशुक्रेन्द्रन्हां निरंशता ॥ २ ॥

चन्द्रस्याङ्काष्टवन्ध्वखजिना भगणाः स्मृताः ॥

सौरमासास्तर्कभूमियमश्चैवायुताहताः ॥ ३ ॥

अधिमासा नवाष्टाधिरसपटकास्तियिक्षयाः ॥

पडंशोनाः समुद्राङ्क शून्यार्थं कृत खेन्दवः ॥ ४ ॥

रसाद्रिशरतर्काब्धिनगपञ्चरसास्त्विह ॥

सपठंशाः कुदिवसा नलिनीरिपुवासराः ॥ ५ ॥

खाद्रितर्केन्दुनन्दाद्रि रसतर्काः स्मृतास्तथा ॥

कुजस्य भगणा राशिचतुष्कसाहिता अमी ॥ ६ ॥

चन्द्रखात्रीपु नन्दाः स्युरद्रिन्खेदुरसाः शने ॥

ज्ञशीघ्रस्य नगात्र्यग्निसप्तवेदनगास्तथा ॥ ७ ॥

भगणास्ते सपड्भाः स्युर्भगणाः स्युरमी गुरोः ॥

साशाभानि शरात्रीन्दु तिथयो भगणा अमी ॥ ८ ॥

नवगोतत्वरन्ध्राक्षिरूक्षा दैत्यगुरोस्तथा ॥

शीघ्रोच्च भगणाज्ञेयास्तदा मन्दोच्चके विधोः ॥ ९ ॥

सार्द्धराशिर्यमाब्ध्याग्निखाः पातस्य साखतः ॥

रसाद्रिरसनन्दाः स्युः सूर्याचन्द्रमसोर्युगे ॥ १० ॥

*सूचनाः— वर दिलेले १० श्लोक सूर्यसिद्धांताच्या मूळ प्रतीत व रंगनापी टीकेत

नाहींत. दुसऱ्या काही प्रतीत आहेत, पण त्याचा मूळ विषयाशी तसा संबंध दिसत नाही. म्हणून त्याचे भाषांतर दिले नाही.

कृतयुगाच्या अन्तीं मन्दोच्चें व पात

मंदोच्च					पात				
रवि	०	७	२८	१२	वुध	८	११	१६	४८
बुध	५	४	४	४८	शुक्र	९	१७	२८	४८
शुक्र	११	१३	२१	—	भौम	९	११	२०	१२
भौम	३	३	१४	२४	गुरु	८	८	५६	२४
गुरु	०	९	०	०	शनि	४	२०	१३	१२
शनि	४	२०	१३	१२					

हे अंक क्षेपक म्हणून समजावे.

आतां देशान्तर (रेखान्तर) संस्कारासाठी भूत्रिज्या, (व्यासार्ध) आणि परिधि सांगतात.

योजनानि शतान्यष्टौ भूकर्णो द्विगुणानि तु ॥

तद्दर्गतो दशगुणात् पदं भूपरिधिर्भवेत् ॥ ५९ ॥

भूकर्ण म्हणजे भूत्रिज्या, हिच्या दुप्पटीचा वर्ग करून त्याला दहानीं गुणावें आणि गुणाकाराचें वर्गमूळ काढावें म्हणजे भूपरिधि येईल.

पृथ्वीची त्रिज्या सिद्धान्त कारांनीं ८०० योजनें मानली आहे. अर्थात् व्यास १६०० योजनें ठरला म्हणून (२ × ८००) वर्ग × १० = २५६००००० ह्याचें वर्गमूळ काढले असतां भूपरिधि सुमारे ५०१० योजनें येतो.

[एका योजनाचे ५ मैल धरले तर भूपरिधि २५००० मैल होतो.]

स्पष्टीकरण:—त्रिज्येची दुगुण म्हणजेच व्यास; व्यासाच्या वर्गास दहानीं गुणून त्याचें वर्गमूळ काढण्यास, सांगितलें आहे. परंतु हेंच प्रमाण निराव्या रीतीनें मांडता येते:—

$\sqrt{\text{व्यास वर्ग} \times १०} = \text{व्यास} \times \sqrt{१०}$; १० चें वर्गमूळ ३.१४१६ ह्याच्या जवळ जवळ येते. म्हणजे इंग्रजी भाषेत ज्याला “ पाय ” म्हणतात तो गुणक $\sqrt{१०}$ दहाचें ह्या वर्गमूळ होय. व्यासाला ३.१४१६ ह्यानीं गुणिलें असतां त्या व्यासाचा परिधि यतो हे प्रसिद्धच आहे आणि तोच अर्थ सिद्धान्तकारांचाहि आहे.

लम्वज्याप्तस् त्रिजीवाप्तः स्फुटो भूपरिधिः स्वकः ॥

तेन देशान्तराम्यस्ता ग्रहशुक्तिर्विभाजिता ॥ ६० ॥

ह्या श्लोकांत परिधि म्हणजे वर्तुळाचा परिघ, त्याच्या संवंधी काही परिमापिक संज्ञा आल्या आहेत. वर्तुळ परिघाचें व्यासाच्या रेषेनें सारखे दोन भाग केले असतां त्या अर्धांमध्ये १८० अंश किंवा भाग) होतात. परिघाचा जो वक्रकार तुकडा त्याला कर्ष धनु किंवा चाप म्हणतात.

वर्तुळ परिषाच्या चौथ्या दिश्या येवढा जो कौस त्यात ९० अंश असतात. व्यासाच्या दोन्ही टोंकांकडून परिषाच्या वर्तुळःरेषेवर चढत जाऊन बरोबर मध्यावर पोहोचले म्हणजे तो बिन्दु व्यासाच्या दोन्ही टोंकापासून ९० अंशावरच असतो. व्यास रेषेला जर विपुवृत्त म्हणून समजले तर शिरोबिन्दु हा ध्रुव बिन्दु समजावा लागतो. ध्रुवबिन्दुपासून विपुवापर्यंतचा जो ९० अंशाच्या वर्तुळ खण्ड त्यावर लम्बज्या मोजावयाची असते. अक्षांश हे लम्बज्येच्या वर्तुळखण्डावर विपुवृत्तापासून मोजतात. अक्षांश + लम्बज्या (ध्रुवापर्यंत) = हाच नेहमी ९० अंश होतात. म्हणून ९० - लम्बज्या = अक्षांश, किंवा ९० - अक्षांश = लम्बज्या. लम्बज्ये वरील प्रत्येक अक्षांश बिन्दूतून पूर्वपश्चिम असे एक एक अक्षांश वर्तुळ कल्पितात. ह्या वर्तुळावर उज्यापिनीच्या रेखेपासून देशान्तर ठरविलेले असते. ह्या वर्तुळाला स्फुटपरिधि म्हणतात.

कलादि तत्फलं प्राच्यां ग्रहेभ्यः परिशोधयेत् ॥

रेखाप्रतीचासंस्थाने प्राक्षिपेत् स्युः स्वदेशजाः ॥ ६१ ॥

भूपरिधिचा लम्बज्येने गुणाचे आणि त्रिज्येने भागाचे म्हणजे इच्छित स्थळाच्या अक्षांशातून जाणारा स्फुटपरिधि येतो. ग्रहाच्या मध्यम दिनगतिचा (योजनात्मक) देशान्तराने गुणाचे आणि (योजनात्मक) स्फुट भूपरिधिने भागाचे म्हणजे जे कला विकलादि फल येईल ते मुख्य रेखेच्या पूर्वेस आपले स्थान असल्यास प्रहातून वजा करावे आणि पश्चिमेस असल्यास मिळावे.

राक्षसालय देवौकःशैलयेर्मध्यसूत्रगाः ॥

रोहीतकम् अवन्ती च यथा सन्निहितं सरः ॥ ६२ ॥

भूमध्येरेखा लंकेपासून उत्तरेकडे रोहितक पर्वत, अवन्ती; (उज्यापिनी), कुरुक्षेत्र ह्यातून दक्षिणेतर अशी दोन्ही ध्रुवबिन्दूतून जाते अशी कल्पना केली आहे. (ह्याच रेषेला Meridian याम्योत्तर किंवा मुख्य रेखा म्हणतात.)

देशान्तर फल दोन प्रकारांनी संभवते. पहिला प्रकार अक्षांश-वर्तुळपरिधिवरून, आणि दुसरा प्रकार निरक्षदेशपरिधिवरून.

$\frac{\text{देशांतर योजने} \times \text{ग्रहगति}}{\text{स्फुट परिधि}}$ फल, निरक्ष अथवा

विपुवृत्तावरील देशान्तर योजनांचा भाजक भूपरिधि असतो.

देशान्तर (Longitude) ठरविण्याच्या अनेक रीति आहेत. प्रत्यक्ष भूमापनाने; निरनिराळ्या तारांचा याम्योत्तरीय अधिक्रमणकाल, चन्द्रोदयकाल, आणि चन्द्रग्रहणकाल. ह्यांपैकी चन्द्रग्रहणाचा काल चार मिनिटे चुकला तर देशान्तरात एक अंशाची चुकी येईल, तारांचे अधिक्रमण चुकण्याचा संभव त्यापेक्षा कमी. म्हणून देशान्तर, अत्यक्ष भूमापन, आणि याम्योत्तर छंघनकाल ह्यावरून निश्चित करतात. श्लोकामध्ये सिद्धांतकारांनी चन्द्रग्रहणारून देशान्तर काढण्याची रीति वर्णिली आहे.

अतीत्योन्मीलनाद् इन्दोः पश्चात् तद्गणितागतात् ॥
 यदा भवेत् तदा प्राच्यां स्वस्थानं मध्यतो भवेत् ॥ ६३ ॥
 अप्राप्यच भवेत् पश्चात् एवं वापि निमीलनात् ॥
 तयोरन्तर-नाडीभिर्हन्त्यात् भूपरिधिं स्फुटम् ॥ ६४ ॥
 पृथ्वा विभज्य लब्धैस्तु योजनैः प्राग्-अथापरैः ॥
 स्वदेश परिधिर्ज्ञेयः कुर्यात् देशान्तरं हि तैः ॥ ६५ ॥

गणिताने निश्चित झालेल्या कालापेक्षां उशीराने जर एखाद्या ठिकाणी चन्द्रग्रहण सुटलेले दिसेल, तर ते स्थान-बरोबर वेळेला ग्रहण सुटलेल्या स्थानाच्या-पूर्वेस असले पाहिजे आणि ग्रहण झरलेल्या वेळेच्या अगोदर सुटले तर पश्चिमेस आहे म्हणून समजावे. हा नियम ग्रहण स्पर्शकालाचाही लागू आहे.

स्पष्टीकरणः—प्रत्येक दहा पळांच्या कालाला एक अंशाचे अंतर परिधिच्या पूर्वापर स्थानांत असते. म्हणजे ज्या ठिकाणी दहा पळे उशीरा सुटले असेल, ते स्थान मध्य किंवा याम्योत्तरस्थ मुख्य स्थानाच्या पूर्वेस एक अंश रेषांतराबरोबर आहे. असे समजावे; आणि एक घटका (म्हणजे ६० पळे) वेळेच्या अगोदर ग्रहण लागल्यास ते स्थान ६अंश मध्यस्थानाच्या पश्चिमेस आहे असे समजावे, संबंध परिधिचे भ्रमण ६० घटिकांमध्ये होतें म्हणून नियम असा वसला वीः— गणितागत काल आणि प्रत्यक्ष दृष्टकाल त्याच्या घटकात्मक अन्तराने परिधि-योजन संध्येला (किंवा परिध्वंशाना गुणावे) आणि ६० घटीनी भागावे म्हणजे एका घटी (काला) संबंधाने योजनसंख्या (किंवा अंशसंख्या) येईल. हेंच योजनात्मक देशान्तर होय. अंशात्मक अन्तर आणि लम्बज्या ह्या वरून निरनिराळ्या स्थानांचे स्फुट-परिधि निघतात.

वारप्रवृत्तिः प्राग्देशे क्षपार्द्धेऽभ्यधिके भवेत् ॥

तद्देशान्तर नाडीभिः पश्चाद्दूने विनिर्दिशेत् ॥ ६६ ॥

हाच नियम (रविवारादि) वारांना लागू आहे. जेथे मध्यरात्रीपासून वार बदलतो, तेथे मध्यरात्रीच्या घटिकांत पूर्वं देशान्तर काल मिळवावा आणि पश्चिम देशांतर काल वजा करावा. म्हणजे त्या त्या ठिकाणी वार जमेल [सूर्योदयापासून वार बदल्यासहि ह्याच नियम, एवंच मध्यरेलेल्या पूर्वेस. देशान्तर संस्कार घन असतो. आणि पश्चिमेकडील स्थानासंबंधाने ऋण असतो हा नियम सर्वतोपरि लागू आहे.] म्हणून

इष्ट-नाडीगुणा भुक्तिः पृथ्वा भक्ता कलादिकम् ॥

गते शोध्यं युतं गम्ये कृत्वा तात्कालिको भवेत् ॥६७ ॥

ग्रह भुक्तिला इष्ट नाडीने (म्हणजे मध्यरेखारयानासंबंधाने गणितागत आणि प्रत्यक्ष इष्ट कालाच्या घटकात्मक अन्तराने) गुणावे, आणि ६० घटीनी भागावे म्हणजे देशान्तर संबंधाने फल घेतें त्याचा संस्कार मध्यम प्रमास करावा. तो गत इष्टकालास ऋण करावा.

भचक्रलिप्ताशीत्यंशपरमं दक्षिणोत्तरम् ॥

विक्षिप्यते त्वपातेन स्वकान्त्यन्ताद् अणुष्णगुः ॥ ६८ ॥

चन्द्राचा परमविक्षेप वृत्तपरिधिमध्ये जितक्या कला असतात त्यांच्या ऐशी हिशा येवढा असतो. [वृत्त परिधिमध्ये $३६० \times ६० = २१६००$ कला असतात म्हणून त्यांच्या ऐशी हिश्शा येवढा म्हणजे २७० कलांचा चन्द्राचा परम विक्षेप असतो] तो विक्षेप कधी दक्षिणेस, कधी उत्तरेस ह्या प्रमाणे आपल्या क्रान्तिस अनुसरून आरुमवृत्ताच्या दक्षिणेस अथवा उत्तरेस असतो.

स्पष्टीकरणः—विक्षेप आणि शर हे अंगदीं एक नव्हेत. शर हा प्रहाचे जें स्थान त्याच्या कक्षा स्थानावरून लंब रेषेनें क्रान्ति वृत्तावर येतें त्या स्थानापासून त्या लम्ब रेषेवर मोजलेलें अंशात्मक अन्तर. इंग्रजीमध्ये शराला (Latitude) हें नांव आहे शर हा क्रान्ति वृत्ताशीं नेहमीं लम्ब रेषेंत असतो. आणि विक्षेप म्हणजे मध्यम शीघ्रान्तराचे वेळीं जो शर असतो. तो त्यामुळे तो शरालां नेहमींच साम्य पावतो असें नाहीं.

आतां गुरु, मंगळ, बुध, शुक्र आणि शनि ह्यांचे परम विक्षेप, चन्द्राच्या परम विक्षेप २७० कला ह्याच्या कितव्या हिश्शा बरोबर आहेत ते सांगतातः—

तन्नवांशं द्विगुणितं जीवः त्रिगुणितं कुजः ॥

बुधशुक्रार्कजाः पातैर्विक्षिप्यन्ते चतुर्गुणम् ॥ ६९ ॥

एवं त्रिघनरन्ध्रार्करसार्कार्कादशाहतः ॥

चन्द्रादीनां क्रमादुक्ता मध्यविक्षेपलिप्तिकाः ॥ ७० ॥

इति सूर्यसिद्धान्ते मध्यमाधिकारः प्रथमः ॥

चन्द्र विक्षेप कलाचा नववा हिस्सा दुषट केला असता गुरुचा परम विक्षेप निघतो. [नववा हिस्सा म्हणजे तीस कला, ह्याच्या दुषट म्हणजे गुरु विक्षेप ६० कलांचा आहे]. त्याचप्रमाणे मंगळाचा नवव्या हिश्शाच्या तिषट आणि बुध, शुक्र व शनि ह्यांचा विक्षेप नवव्या हिश्शाच्या चौपट आहे.

तेव्हा निष्कर्ष असा कीः—

चन्द्र, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र, आणि शनि ह्यांचे मध्यम मानाचें परम विक्षेप अनुक्रमे २७, ९, १२, ६, १२, आणि १२ ह्यांना १० ने गुणून जो आरूडा येईल तितक्या कला येवढा आहे. [अर्थात् चन्द्राचा २७० कला, मंगळाचा ९०, बुधाचा १२०, गुरुचा ६०, शुक्राचा १२०, आणि शनिचा १२० कला, ह्याप्रमाणे परम मध्यम विक्षेप आहेत.]

स्पष्टीकरणः—ह्या संबंधाने प्रस्तावत ज्योतिर्विद्—शंकर बाळशृण्य दीक्षित लिहितात—

“ आमच्या ग्रंथातील विक्षेप माने आणि आधुनिक (पाश्चात्य) माने ह्यांची सर्वांशी तुयना करणे बरोबर नाहीं. योग्य तुलना केली असता आमची माने सूक्ष्म आहेत असे दिसून येईल.

विक्षेपमाने शरारवरून काढतात. शर म्हणजे क्रान्तिवृत्तापासून प्रहाचें कदम्बाभिमुख अन्तर. चन्द्र हा पातावागून त्रिमान्तरित असता त्याचे प्रत्यक्ष अन्तर नेहमींसारखे नसतें तरी अंशात्मक

अन्तर सारखेंच असतें. परंतु इतर ग्रहांचें तसें नाही. (त्यांचे मन्दकर्ण; शीघ्रकर्ण कमजास्त होतात त्याप्रमाणें शरंत फरक पडेल). आमच्या ज्योतिष्यांनीं दुसऱ्या [श्रीघ्रान्तराच्या] कारणानें होणारा फरक मात्र विचारांत घेतला आहे. श्रीघ्रकर्ण मध्यम असतां पात-त्रिभान्तरां ग्रह असेल तर त्यावेळीं त्याचा जो शर तोच परम-मध्यम-विक्षेप असें आमच्या ज्योतिष्यांनीं मानलें आहे. ब्रह्मसिद्धान्तातलीं आणि द्वितीयार्थ सिद्धांतातलीं विक्षेपमात्रे तर. आधुनिकांशीं फार-जवळ आहेत. पुष्कळ वर्षे वेध केल्यावांचून हीं मात्रे अगदीं सूक्ष्मकरितां येणार नाहीत.... धार्मभट. आणि ब्रह्मगुप्त ह्यांनीं आपलीं मानें स्वतंत्रपणें वेधावरून काढलीं आहेत हें स्पष्ट आहे. ”

(भारतीय ज्यो. इतिहास.)

[मध्यमाधिकार समाप्त]

मध्यमाधिकारांतली विशेष गोष्टींचा खुलासा

पंचवीसाव्या श्लोकांचे स्पष्टीकरणांत “प्रत्येक ग्रहाचें मान निरनिराळें आहे, परंतु प्रमाण मात्र सारखें आहे आणि ते त्यांच्या कक्षेच्या अंतराशीं अगदीं सारख्या प्रमाणांत आहे. ” असें, लिहिलें त्याला अधिक खुलासा अवश्य आहे. तो असा म्ही, चंद्र, सूर्य, आणि बुधादि सप्तग्रह हे सर्व पृथ्वी भोंवतीं प्रदक्षिणा पद्धतिने फिरतात असें भूमध्य दृष्टीने स्पष्ट प्रहणगितासाठीं अधिष्ठान मानलें आहे. परंतु वास्तविक स्थिति अशी आहे की, एकटा चंद्र मात्र पृथ्वी भोंवतीं प्रदक्षिणाकरितो, आणि पृथ्वीसुद्धां वाकीचे बुधादि ग्रह हे सर्व रवि भोंवतीं प्रदक्षिणाकरितात. त्यांचे प्रदक्षिणाकाल आणि त्यांची सूर्यापासूनची अन्तरे हा गोष्टी ज्योतिष्यांनीं अत्यंत परिश्रमानें निश्चित केल्या आहेत. सूर्याभोंवती प्रदक्षिणा करणाऱ्या ग्रहांच्या अनुक्रमांत प्रथम बुध येतो. म्हणजे सूर्याच्या अतिनिकट असणारा ग्रह बुध हा होय. बुधानंतर शुक्र; हा बुधापेक्षा सूर्यापासून जास्त दूर आहे. त्यानंतर तिसरा क्रमांक पृथ्वीचा; मग मंगळ; मंगळानंतर सुमार दडिशां लघु ग्रह आहेत. लघुग्रहांच्या कक्षेबाहेर गुरु हा अवाढव्य ग्रह आहे. गुरु नंतर शनि; आणि त्याच्या नंतर युरेनस व नेपच्युन आणि नंतर ज्याचा नुकताच शोध लागला आहे तो प्लूटो. बुधाचें सूर्यापासून अन्तर (२६४०००००) तीन कोटि, चौसष्ट लक्ष मैल आहे. शुक्राचें (६६६०००००) सहाकोटि, साहसष्ट लक्ष मैल; पृथ्वीचें (९१५०००००) नऊ कोटि पंधरा लक्ष मैल. मंगळाचें (१४०००००००) चबदा कोटि मैल. गुरुचें पृथ्वीच्या पांचवटीपेक्षाहि जास्त म्हणजे ४७ कोटि ५७ लक्ष मैल. शनिचें ८७ कोटि २१ लक्ष मैल. युरेनसचें १ अन्न ७५ कोटि ३८ लक्ष मैल आणि नेपच्युनचे २ अन्न ७४ कोटि ६० लक्ष मैल.

धार्ममाणे कल्पनातीत अन्तरे आहेत. २।। अन्न मैलाच्या अन्तराची आपणांस कल्पनाहि होणार नाही. अशा कल्पनेच्या अटोक्याबाहेर असणाऱ्या अन्तरावरून ग्रह-

सूर्याभोवती प्रदक्षिणा करितात. त्या अन्तराचे स्वरूप घोडक्यात लक्षांत यावे म्हणून म्हणून पृथ्वीच्या नजकोटि पथराळक्ष 'मैल' अन्तरास १ समजून ग्रहांची अन्तरे ज्योतिषांनी घोडक्यांत वसवून संक्षिप्त अन्तरे आणि प्रदक्षिणाकालाळा लागणारे दिवस ह्यांचे कोष्टक खालील प्रमाणे केले आहे.

ग्रहांचे नांव	सूर्यापासून' अन्तर संक्षिप्त	प्रदक्षिणाकाल (दिवस)	काल 'वर्ग' अन्तर घन यांचेप्रमाण
बुध-	३८७	८७९	१३३४
शुक्र-	७२३	२२४०	१३३४
पृथ्वी	१०	३६५२५	१३३४
मंगळ-	१५२	६८७	१३३४
गुरू-	५२	४३३२॥	१३३४
शनि	९५	१०७५९	१३३४
'युरेनस	१९१	३०६८६	१३३४
नेपच्युन	३००	६०१२६	१३३४

त्यावरूनच स्पष्ट दृष्टोत्पत्तिस येईल की, श्लोक '२५ यांत " आलम्बन्ते तुल्य-मेव " म्हणजे गति आणि दूरत्व ह्या दृष्टिने सर्व 'ग्रहांचे (अन्तर घन आणि काल वर्ग ह्यांचे) प्रमाण अपना गुणोत्तर (Ratio) अगदी तन्तोतन्त सारखे आहे. ह्या अपूर्ण शोधाचे श्रेय युरोपांत केप्लर ह्या महाविद्वान् ज्योतिषाकडे, आणि आपल्या इकडे भगवान् सूर्यनारायणाच्या अंशाने कार्य करणाऱ्या अज्ञात-नाम व्यक्तीकडे आहे. व्यक्ति माहित नसली तरी ग्रह माहित आहे म्हणून ते श्रेय त्रयांसहि देण्यास हरकत नाही.

आतां भगणाला आरंभ कोठे आणि त्याची समाप्ति कोठे हा प्रश्न उद्भवतो. भगण म्हणजे राशिचक्र अर्थात् सूर्यसिद्धान्तोक्त राशिचक्राचा आरंभ आणि शेवट कोणता 'असा' प्रश्न आहे. सामान्य वाचकांसहि हे माहित आहे की, चक्राचा म्हणजे वर्तुळाचा जो परिघ स्थातील ज्या बिन्दूपासून वर्तुळाचा आरंभ होतो त्याच बिन्दूत त्याचा शेवट असतो. ज्या विभागांत तारागणक 'रेवती-पुंज' आहे त्या रेवती विभागाचा पौष्ण हे नांव आहे, तेव्हा रेवती विभागाचा जो शेवटचा बिन्दू तोच आमच्या नक्षत्र चक्राचा किंवा राशिचक्राचा आरंभ बिन्दू होय. चक्राच्या परिधामध्ये ३६० अंश असतात. तीनशेसाठा-व्या अंशाचा अगदी शेवटचा बिन्दू तोच राशिचक्राचा आरंभ. रेवती नक्षत्राच्या मुद्य तारेची स्थिति क्रान्तिवृत्ता संबंधाने ३५९ अंश ५० कला असा दिग्ग आहे. क्रान्तिवृत्ताच्या दक्षिणेस 'फक्त तेराच कला (शराच्या) अन्तरावर रेवतीची तारा आहे. मंगोल शास्त्राच्या

नियमाप्रमाणे त्या अन्तराचा संस्कार केला असता रेवतीच्या तारेचे क्रान्तिवृत्तांतील स्थान $३५९^{\circ} ५०$ कलापेक्षा ३६० अंशाच्या अन्तिम सीमेच्या अधिक जवळ येते. ते इतके की रेवती योगतारा (म्हणजे जिचा ध्रुवक ३५९ अंश आणि विक्षेप शून्य किंवा १३ कलाच आहे तीच तारा) राशिचक्राचे आरंभस्थान सूर्यसिद्धान्तकारांच्या मताप्रमाणे आहे असेच म्हटले पाहिजे. नाहीपेक्षा $३५९^{\circ} ५०'$ इतका जिचा ध्रुवक आहे अशी रेवती (पैकी जयन्ती) तोर शिवाय दुसरी तारा आकाशात नुसत्या डोळ्यांना दिसणारी अशी दाखविली पाहिजे. ग्रंथात सांगितलेल्या स्थानांशी जिचे स्थान जुळते अशी तारा प्रत्यक्ष दिसत असून ती आरंभस्थानी मानण्यास अडथळ करणे हे दुर्बुद्धिचे लक्षण आहे असेच सर्व निःपक्षपाती शास्त्रज्ञ म्हणतील. आरंभस्थानाविषयी येवढा ऊहापोह करण्याचे कारण आता "हा सूर्य हा जयद्रथ" ह्याच कोटीतले आहे. आजपर्यंत सूर्यसिद्धान्तांत अमुक आहे, तमुक नाही अशा गप्पांवर रेवती तारेला विरोध करणारे लोक इतरांस झुलथीत होते. आता प्रत्यक्ष सूर्यसिद्धान्तच वाचकांच्या दृष्टीसमोर ठेवित आहोत. तेव्हा आता विरोधकांनी रेवतीतारा दाखविली पाहिजे, नाहीतर जिचा ध्रुवक ३५९ अंश ५० कला आहे तिच्या पूर्वेस फक्त ५१४ कला इतक्या अल्प अन्तरावरच सिद्धान्तोक्त आरंभ स्थान आहे हे मान्य केले पाहिजे.

नाक्षत्र वर्ष ३६५ दिवस १५ घटका २३ पळे आणि सूर्यसिद्धान्ताचे मान ३६५ दिवस १५ घटी ३१ पळे म्हणजे नाक्षत्रापेक्षा ८ पळानी अधिक आहे त्यामुळे नक्षत्र चक्राचा गणितागत आरंभबिन्दु ८ विकला इतक्या गतिने पूर्वेकडे जातो. म्हणून ह्यामुळे घोंटाळा माजला असेल असे पुष्कळांस वाटे, परंतु सृष्टिच्या उत्पत्तिनंतर अश्विनी नक्षत्राच्या आरंभ बिन्दूतच सर्वग्रह एकत्र होते अशा धोरणावरच नक्षत्रचक्राची आंखणी केली असल्याने आणि नक्षत्रे वस्तुतः अचलच मानली असल्याने नाक्षत्रचक्राचे स्थिर निश्चल आरंभस्थान रेवतीची अन्तिम मर्यादा हेच ठरविलेले आहे, आणि आता वर दाखविल्याप्रमाणे त्या मर्यादेचा बिन्दू रेवतीतारेच्या पूर्वेस ५१७ इतक्याच कलांच्या अन्तराच्या आत आहे. जास्त नाही. म्हणून सौकार्यास्तव रेवतीतारा हेच आरंभ स्थान ब्रह्मगुप्त आणि भारूकराचार्य ह्यांनी मानले तेच स्वाभाविक आणि योग्य आहे.

काही विद्वान् असे प्रतिपादन करितात की, ज्याअर्थी शके ४५० ह्या वर्षी सूर्यसिद्धान्ताच्या पद्धतिप्रमाणे छायाकार्क मेघ आणि गणितागत मेघारंभ हे एकाच वेळी झाल्याने अयनांश शून्य होतात त्याअर्थी त्याच वर्षीपासून दरसा ५०२ विकला ह्या अयन गतिने अयनांश धरवे.

ही विचारसरणी अयनांशांचा विचार करिताना अवश्य विचारात घ्यावी लागेल. कारण सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे शके ४५० हेच "छायाकार्क करणागते" या सूत्राप्रमाणे शून्यायनांशवर्ष आहे. परंतु आपल्या पुढे प्रश्न आहे तो शून्यायनांश वर्ष कोणते हा नाही. तर राशिचक्राचे किंवा नक्षत्रचक्राचे स्थिर निश्चल आरंभस्थान कोणते हा हे आहे.

त्याकरितां च ल आरंभस्थानाचा विचारच उपयोगी नाही. शके ४५० मधील जो मेपार्क तो च ल मेपार्क होय. सृष्टयुत्पत्तीनंतर ज्या अश्विन्यारंभ बिन्दूमध्ये सर्व ग्रह एकत्र होते तो बिन्दू स्थिर आहे. कारण नक्षत्रे ही स्थिरच मानलेली आहेत. शके ४५० मधील मेपार्क हा शके ४२७ चा मेपार्क नव्हे. शके ४२७ चा मेपार्क आणि शके १७७ चा मेपार्क हेहि एकनव्हेत, शके शून्य ह्या वर्षाचा मेपार्क (सूर्य सिद्धान्ताप्रमाणे, तर अगदी निराळाच येईल. आम्हांला निश्चल मेपार्क पाहिजे. म्हणून त्याकरितां पौष्णान्ते भगणस्मृतः ह्याच सूत्राप्रमाणे आरंभस्थान ठरविले पाहिजे. शके ४५० च्या शून्यायनांश वर्षाकडे दृष्टि देऊन जे आरंभस्थान येईल ते ३८।४० कलाइतके चूक असणारच. रेवती योगतारा किंवा शून्यायनांशवर्ष ह्यामध्ये तात्विक दृष्टीने फरक आहे परंतु जेव्हां अयनांशांच्या प्रश्नाचा खल होईल त्या तेव्हां रेवती योगतारा आणि शून्यायनांशवर्ष ह्याची बाजू एकच ठरेल तथापि अगदी साखरेचीच साले काढली तरी रेवतीतारा आणि निश्चित आरंभस्थान ह्यामध्ये तत्त्वतः फरक नसल्याने रेवती योगतारा आणि तोहि निःशर हेंच सिद्धांतोक्त राशिचक्राचे आरंभस्थान होय हें निर्विवाद ठरते.

मागे एका कोष्टकांत ग्रहांचे प्रदक्षिणाकाल आधुनिक वेधाप्रमाणे जे येतात ते दिले आहेत. आतां आपल्या सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे त्यांच्या प्रदक्षिणाकालाचे कोष्टक देऊं.

11

ग्रहांचे नांव	नाक्षत्र प्रदक्षिणाकाल (दिनात्मक)				सूर्यसंबंधी म्हणजे रवि-युति प्रदक्षिणाकाल (Synodical)			
	दि.	घ.	प.	वि.	दि.	घ.	प.	वि.
सूर्य (म्हणजे पृथ्वी)	३६५	१५	३१	३१	सूर्यसिद्धान्ताप्रमाणे			
बुध (शीघ्र)	८७	५८	१०		११५	५२	१२	
शुक्र (शीघ्र)	२२४	४१	५४		५८३	५४	०	
मंगळ	६८६	५९	५०		७७९	५५	१२	
गुरु	४३३२	१९	१४		३९८	५२	४८	
शनि	१०७	६५	४६	२३	३७८	४	४८	
चंद्र	—२७	१९	१८		२९	३१	४८	

सिद्धान्तामध्ये बुधाचे शुक्राचे भगण असें न म्हणता बुध शीघ्र-शुक्रशीघ्र असें म्हटले आहे. शीघ्र ह्या संज्ञेला एक विशेष अर्थ आहे त्याचे विवरण स्पष्टीकारांत होईलच येथे शीघ्र शब्दाचा अर्थ ज्याची प्रदक्षिणा रवि केन्द्रा मोंवती (म्हणजे पृथ्वीपेक्षाहि)

त्वरित पूर्ण होते ते अह इतकाच अर्थ विवक्षित आहे, म्हणून 'शीघ्र' शब्द गाळून टाकून बुधाचे, शुक्राचे भगण असे म्हटले तरी अर्थ अगदी तोच.

सूर्यसिद्धांतावर बर्जेस, विहटने ह्या युरोपियन विद्वानांनी आपले मत प्रदर्शन केले आहे. त्यांनी कल्पापासून अब्ज दोन अब्जांची वर्ष संख्या देण्याची जी पद्धति अर्थात् युगपद्धति सिद्धांतकारांनी स्वीकारली आहे तिची बरीच यष्टा करून भारतीयांस उगीचच दूषण दिले आहे, आणि प्रीकांची स्तुति केली आहे. प्रीकांच्या ग्रंथांत युरोपियनांनीच घुसटाघुसडी करून ते हवे तसे सोईस्कर बनविण्याची फारच खटपट केली आहे; असे असून सुद्धा प्रीक ग्रंथ जसे बनविले आहेत, तसेच कां होईना परंतु छापून प्रसिद्ध करून ते भारतीयांपुढे मांडण्याची छाती त्यांस होत नाही. म्हणूनच प्रीकांचे जे ते स्तोम मानवितता ते निःसंशय खोटे आहे असे समजावे आणि त्यांनी जी भारतीयांची टपाळी करण्याची प्रथा सुरू केली त्याबद्दल ते लेखक मूढ आहेत असे समजून त्यांचा तीव्र निषेध करावा; मात्र आपल्या ग्रंथांचा लक्षपूर्वक अभ्यास केल्यावाचून मात्र निषेध करू नये. असे करणे वे हिमतीपणाचे होईल.

अब्ज, दोन अब्ज वर्षांचे गणित देण्याचे कारण हेंच आहे की, सर्व ग्रहांच्या गति भिन्न भिन्न असल्या तरी गत्यारंभ काल अतिशय दूरचा धरल्यामुळे सर्वांच्या भगणांस प्रारंभ एकदम झाला असे म्हणतां यावे; त्या योगाने क्षेपक देण्याचे कारण उरत नाही. आणि सर्वांचा क्षेपक शून्य असणे त्यांत जी खुबी साधते ते निरनिराळे क्षेपक देण्यांत साधत नाही. बीज संस्कार देऊन ग्रह शुद्ध करून देण्याची अवश्यकता युरोपियनांस सुद्धा मान्यच आहे कारण सृष्टीचा प्रत्यक्ष कायदा युरोपियनांस घोडाच जुमानतो ! तो त्यांच्याहि मानेवर बसलाच आहे.

सूर्य सिद्धांताप्रमाणे मध्यम ग्रह काढण्याची रीति अगदी सोपी पण प्रत्यक्ष गणिताचे काम फारच प्राप्तदायक आहे कारण दहा दहा बारा बारा आंकड्यांच्या संख्यांचे गुणाकार भागाकार करावे लागतात. त्याने मनुष्य जिकीरीला येतो. म्हणून कोणी कोणी कलियुगारंभ वर्षांचे, शालिवाहनशकारांच्या पूर्वे वर्षांचे, ह्या प्रमाणे काही महत्त्वाच्या प्रसंगीचे भेष-संक्रमणकालीन मध्यम ग्रह काढून ठेवतात. त्यांना क्षेपक म्हणतात असे क्षेपक शके १८२६ च्या श्रावण शुद्ध चतुर्थीचे केलेले आढळले ते येथे देतो.—

महामनु =	१८४०३२००००	वृत्त	१७२८०००
संधि (७) =	१२०९६०००	त्रेता	१२८६०००
२७ महायुगे =	११६६४००००	द्वार	८६४०००
	१९६९०५६०००		३८८८०००
कलियुगाची वर्षे	३८८८०००		
मिळोन वर्षे	६००५		
	१९७१९४८००५		

द्वा संख्येला १२ नें गुणून महिने केले व त्यांत चैत्रापासून आपाढ अखेरचे ४ महिने मिळविले आणि ५१८४०००० इतक्या महिन्यांत १५९३३३६ अधिकमास होतात. त्याप्रमाणें त्रैराशिकानें अधिकमास काढून ते वरील महिन्यांच्या संख्येत मिळविले तेव्हां बेरीज आली ती संख्या चान्द्रमासांची झाली.

$$१९५५८८५००५ \times १२ + ४ =$$

$$२३४७०६२००६४ \text{ हे महिने झाले त्यांत}$$

$$७२१३८४७२० \text{ हे अधिकमास मिळविले}$$

$$२४१९२००४७८४ \text{ हे चान्द्रमास झाले.}$$

वरील चान्द्रमासांच्या संख्येला ३० गुणलें म्हणजे तिथि येतात त्याप्रमाणें तिथिसंख्या काढून त्यांत गततिथि मिळवून एकंदर तिथिसंख्या सृष्टिच्या आरंभापासून येते.

त्यांतून (१६०३००००८० तिथींत २५०८२२५२ इतक्या क्षयतिथि असतात म्हणून) त्रैराशिकानें येणाऱ्या क्षयतिथि वजा केल्या म्हणजे निव्वळ सावनदिनांची संख्या सुष्टयारंभापासून येते. त्याप्रमाणें चान्द्रमासांच्या तिथि

$$२४१९२००४७८४$$

$$\times ३० + ३ \text{ गततिथि मिळोन}$$

$$७२५७६०१४३५२३ \text{ तिथि त्यांत वजा}$$

$$११३५६०१८६५४ \text{ क्षयतिथि बाकी}$$

७१४४०४१२४८६९ हा अहर्गण अथवा निव्वळ दिनसंख्या किंवा दिनराशि-द्वा संख्येला सातानीं भागून बाकी उरेल तो वार रविवार पासून समजावा. त्याप्रमाणें वरील अहर्गण संख्येला मागिलें असता श्रावण शुद्ध ४ चा वार रविवारच येतो.

द्वा भागाकारामध्यें बाकी सोडून देतात, हिशोबात वेत नाहींत त्यामुळें वारांत एक दिवसांची चूक पडण्याचा संभव उत्पन्न होतो. म्हणून १ कमी जास्त करून वार मिळवून अहर्गण बरोबर साधला पाहिजे.

नंतर वरील अहर्गणाला प्रत्येक प्रहाच्या महायुगांतील मगण सख्येनें गुणून, सावन दिन संख्येनें भागलें असतां मध्यमप्रह सिद्ध होतात. हेच क्षेत्रक होत. हे क्षेत्रक मध्यरात्रीचे येतात.

सूर्यसिद्धान्त श्लोक ३४ द्यांत महायुगांतील नाक्षत्र दिनसंख्या अथवा नक्षत्र भ्रम १५८२२३७८२८१ आणि सावन दिनसंख्या १५७७९१७८२८ असे आंकडे (श्लोक ३७ मध्यमाधिकार यांत) सांगितले आहेत. त्यावरून त्रैराशिकानें येणारा वार सांगितलेला फाल अगदी बरोबर निघतो.

ध्रुवाची तारा ध्रु द्या ध्रुवबिन्दूपासून सुमारे ११^० अंशावर आहे. ध्रुवतारेलाच ध्रुवस्थानी मानून सर्व सामान्य वेध घेणेंस फाहीच अडचण नाहीं. आकाश गोलाच्या आतील अन्तर्गोल पृष्ठावर ध्रु द्या बिंदूपासून विषुववृत्तावर पाहिजे तितके उंब काढता येतात. परंतु हे उंब अन्त-

गोल पृष्ठावर असल्या कारणाने सपाट पातळी वरील रेपे प्रमाणे सरळ रेपेचे नसून वर्तुळात्मक असतात.

विषुववृत्ताशी २३° २७' कला इतका कोन करणारे आक्रम-नांवाचे दुसरे एक तिरकस वृत्त काढले आहे. हे वर्तुळरूपच आहे. सूर्य हा आपल्या वार्षिक प्रवासांमध्ये ह्याच वृत्तांतून संचार करतो म्हणून ह्या वृत्ताला आक्रमवृत्त किंवा क्रान्तिवृत्त म्हणतात. विषुववृत्तास जसा " ध्रु " हा ध्रुवबिन्दु आहे त्या प्रमाणेच आक्रमवृत्तालाहि 'कदंब' हा ठिकाणी बिन्दु आहे तो आक्रम वृत्ताचा ध्रुवबिन्दु होय. त्याला कदंबबिन्दु ह्या नांवानेच ओळखतात.

सांगितलेल्या आकृतिमध्ये बाण-रेषांनी आकाशाचा गोल कटाह दाखविला असून "विषु" हे त्याच्या अगदी मधोमध असणारे विषुववृत्त आणि त्याला तिरकस असले "आक्रम" ह्या नांवाने आक्रम वृत्त दाखविले आहे. आकाशज्योतिष ह्या पुस्तकात आकाशगोळाविषयी विस्तृत विवेचन आहेच तेच अगोदर लक्षपूर्वक वाचावे; विषुववृत्ताच्या वरचा जो भाग त्याला उत्तर गोलार्ध म्हणतात त्याच्या डोक्यावर " ध्रु " ह्या बिंदूमध्ये विषुवचक्राचा आस रेंवलेला आहे. व ह्याच आंसा भोवती विषुववृत्त सर्व कटाहासह पूर्व-पश्चिम ह्या दिशेने सतत एकसारखे गिरक्या घेत असते. एक गिरकी पूर्ण झाली की एक नक्षत्रदिवस पूर्ण होतो. ह्या गिरकीला २३ तांस ५६-मिनिटे ४:९ सेकंद इतका काळ लागतो.

प्रथम संज्ञा चांगल्या लक्षात ठेविल्या पाहिजेत. ध्रुव असे म्हटले की विषुववृत्ताचा ध्रुव असे समजावे आणि कदंब म्हटले की आक्रमवृत्ताचे ध्रुव बिंदु म्हणून समजावे. ही नांवे चांगली लक्षात राहिली आणि त्यांचे स्वरूपहि मनात ठसले तर ज्योतिषाचा विषय मुळीच अवघड जाणार नाही. विषुववृत्ताच्या ध्रुवाजवळ जशी तारा आहे तशी कदंबाच्या जवळ पास ठळक तारा नाही. आणि आक्रमवृत्ताच्या आंसाभोवती आकाशकटाह फिरत नाही त्यामुळे विषुववृत्त आणि ध्रुव ह्यांना वेधप्रकरणांत जे महत्त्व आहे ते कदंबवृत्तास नाही. ध्रुवापासून जसे वर्तुळात्मक खंब विषुववृत्तावर आलेले असतात तसेच कदंबापासूनहि आक्रमवृत्तावर वर्तुळात्मक असंख्य खंब काढता येतात.

विषुववृत्त आणि आक्रमवृत्त ह्यांना महावर्तुळे म्हणतात.

विषुववृत्तावर ध्रुवापासून येणाऱ्या खंबावर स्पष्टक्रान्ति मोजतात. ही क्रान्ति विषुववृत्तापासून ध्रुवापर्यंत ० ते ९० अंशापर्यंत अशी मोजतात. उत्तर ध्रुवाकडील क्रान्तिला उत्तर क्रान्ति आणि दक्षिण ध्रुवाकडील क्रान्तिला दक्षिणक्रान्ति अशी नांवे आहेत.

त्याप्रमाणेच कदंब बिन्दूपासून आक्रमवृत्तावर काढलेल्या वर्तुळखंबावर आक्रमवृत्तापासून शर ह्यानावाचे अंशात्मक अन्तर मोजतात. क्रान्तिप्रमाणेच शर हाहि उत्तर व दक्षिण असतो. आकृतिमध्ये " श " ह्या ठिकाणी तारा आहे. आणि ध्रुव व कदंब ह्या बिन्दूपासून निघणारे खंब "श" ह्या तारेवर जातात; त्यामुळे ता-रा ह्या खंबरूप अन्तरास क्रान्ति आणि श-र ह्या अन्तरास शर असे म्हणतात. क्रान्ति आणि शर हे दोन्ही ह्या ठिकाणी उत्तरेचे आहेत. आकाश गोलावरील सर्व त्रिकोण गोळीय असतात. तेथे सरळ रेषा एकहि नाही. त्या-

मुळें त्यांचें गणित गोलीय त्रिकोण मित्तिं होतें गोलीय त्रिकोणांत सपाट त्रिकोणाप्रमाणें काट-
कोन भुजज्या कोटिज्या इत्यादि प्रकार आहेत

क्रान्तिदर्शक, आणि शरदर्शक लव हे ज्या बिन्दुमध्ये अनुरुपें विषुववृत्त आणि आक्रम-
वृत्त त्यांना छेदितात त्या बिन्दुमध्ये जो कोन होतो तो—

गोलीय काटकोनच असतो

विषुववृत्त आणि आक्रमवृत्त हे ज्या ठिकाणी परस्परांस छेदितात त्या ठिकाणच्या बिन्दूस
संपात बिन्दु म्हणतात.

हे सपात बिन्दू दोन आहेत, त्यापैकी सूर्य विषुववृत्ताच्या उत्तरेस ज्या सपात बिन्दूतून
जातो त्याला वसंत संपात म्हणतात आकृतिमध्ये समर हा आक्रम वृत्ताचा भाग विषुवाच्या
उत्तरेस आहे तो “ स ” पासून सुरू होतो म्हणून “ स ” हा वसंत संपात होय. विषुववृत्त हें
दरवर्षी थोडें थोडें दक्षिणेस हटत आहे त्यामुळें सपात बिन्दू हे प्रतिवर्षी ५० २ निकला मार्गे
मार्गे सरकतात हेंच संपाताचलन होय ह्या सपात चलनामुळें ऋतुचक्रांत आणि आपल्या भ्योति-
षाच्या इतिहासात मोठ्या घडामोडी झाल्या आहेत

वसंत संपातापासून पूर्वेकडे (म्हणजे उजवीकडे) आक्रमवृत्तार जें अंशात्मक अन्तर
मोजतात त्याला भोग अशी सज्ञा आहे (ह्यालाच इमजामध्ये Longitude म्हणतात)
आणि संपातापासूनच पूर्वेकडे विषुववृत्तार जें अंशात्मक अन्तर मोजतात त्याला विषुवांश
म्हणतात आकाश कटाह हा विषुववृत्ताच्या मार्गानें पूर्वेकडेन पश्चिमेकडे रोजरोज गिरक्या
घेतो हें घर सांगितलेंच आहे त्यामुळें विषुवांचा एक केरा २४ तासांत किंवा ६० घटकेत पुरा
होतो अर्थात् ६० घटिकांत ३६० अंश तर एका घटिकेत सहा अंश किंवा एका तासांत १५
अंश असे प्रमाण वसंत म्हणून युरोपियन पद्धतिमध्ये अंशात्मक विषुवांश न सांगता ते तासात्मक
सांगतात, म्हणजे (संपातापासून) १५ विषुवांश असे न म्हणतां विषुवकाल १ तास असे इंग्लिश
पद्धति म्हटलें जातें, एकूण मतलब एकच आतां प्रहांची स्थिति गति सांगण्याची पद्धति अशी —

आकाशातील प्रहाची गति, स्थिति किंवा स्थान हें सांगणें झाल्यास आक्रमवृत्तरूप
भोग आणि त्याचा आलम्ब ह्या जोडीनें, किंवा विषुवांश आणि क्रान्ति ह्या जोडीनें सांगतात.
भोग आणि शर, किंवा विषुवकाल आणि क्रान्ति, ह्यांच्या व्यतिरिक्त आणखी एक जोडी आहे

आपल्याला क्षितिज दिसतें आणि कळतें, पाहणारा कोठेहि असो त्याला त्याच्या थेट
डोक्यावर आकाशामध्ये अतिशय उच असो एक बिन्दू आढळतो कारण आकाश हें गोळ-
घुमटाप्रमाणें किंवा उघडलेल्या प्रचण्ड छत्रीप्रमाणें आपल्या डोक्यावरच उचायलेलें दिसतें परंतु तें
सर्व बाजूनी क्षितिजापर्यंत भिडून राहून त्याचा कगोरा क्षितिजालाच चिकटला आहे असे वाटतें
त्या कारणानें क्षितिज हें सपाटीच्या नागार आणि अतिशय उच असो बिन्दू तो आकाशामध्ये
पाहणाराच्या अगदी डोक्यावरच अशी स्थिति असते ह्या उच बिन्दूला रास्वस्तिक (अथवा
Zenith) म्हणतात

आक्रमवृत्ताला जसा शर हा लवकूप असतो, आणि तो कदम्बबिन्दू पासून निघतो

विषुववृत्तावर ध्रुव बिंदूतून याम्योत्तर वर्तुळे जशीं लंबरूपानें येऊन घडकतात; त्याचप्रमाणें ख-
स्वस्तिकाकडून क्षितिजापर्यंत असंख्य वर्तुळे लंबरूपानें जाऊन मिळतात. त्यांना नतोन्नत वर्तुळे
म्हणतात. ह्या नतोन्नत वर्तुळावर क्षितिजापासून ० शून्य धरून खरवरितकापर्यंत ९० अंश ह्या-
प्रमाणें अंतर मोजतात. त्यांना उन्नतांश म्हणतात. विषुव आणि आक्रम वृत्त ह्यावरील पूर्वपश्चिम
अंतर मोजण्याला आरंभ ज्याप्रमाणें संपातापासून करावयाचा त्याप्रमाणें क्षितिज वर्तुळावर अंतर
मोजण्यासाठीं ध्रुव बिंदूतून जें नतोन्नत वर्तुळ ख-स्वस्तिकापासून निघून क्षितिजापर्यंत मिळते
त्या बिंदूपासून आरंभ होतो तो उत्तर बिंदूपासून पूर्व बिंदूपर्यंत, नंतर तेथून दक्षिण बिंदूपर्यंत ह्या
प्रमाणें अंतर मोजतात ह्या अंतरास अग्रा म्हणतात.

आकाशांत कोणताहि बिन्दु असो, कोणताहि ग्रह किंवा तारा असो त्यातून हे तीनहि
प्रकारचे छंय, गेळेच पाहिजेत, आणि जाऊं शकतात. (१) ध्रुवातून याम्योत्तर, (२) कदम्बा
तून कदंबप्रसोत असें शर वर्तुळ, आणि (३) खस्वस्तिकाकडून क्षितिजापर्यंत नतोन्नत वृत्त.

म्हणून तारांचे स्थान किंवा ग्रहांची गति आणि स्थान, सांगणें असल्यास भोग आणि
शर, किंवा विषुवांश आणि क्रान्ति, अथवा आग्रा आणि उन्नतांश ह्यांपैकी कोणत्याही एकाच
जोडीने, किंवा दोन जोड्या घेऊन त्यांच्या योगानें सांगतात. बहुत करून भोग आणि शर, व
विषुवांश आणि क्रान्ति, ह्या जोडीने सांगतात. ह्या जोड्यांना वेधज्ञापक म्हणतात.

प्रत्यक्ष वेध म्हणजे (तारा, ग्रह ह्यांचें) अवलोकन, उन्नातांश, क्रान्ति आणि तत्कालीन
विषुवांश काल ह्यांच्या योगानें करून त्यांचीं टाचणें करून ठेवतात; अनेक वर्षांच्या, अनेक
ज्योतिष्प्यांनी केलेल्या अशा शेंकडों टाचणावरून ग्रहांच्या कक्षा, दूरत्वे, प्रदक्षिणा—काल, मन्द
फलें इत्यादि अज्ञात गोष्टींचा उलगडा होऊन ज्योतिःशास्त्राला आजचें स्पृहणीय स्वरूप प्राप्त
शाळें आहे.

आकाशातील ग्रहांची गति, स्थिति, स्थानें ज्या पद्धतिने सांगतात ती पद्धति गोळीय त्रिकोणांची
असून सर्व अंश, कला इत्यादि पाया वर्तुळा संबंधानेंच योजलेली असते. फक्त ग्रहांची सूर्यापा-
सून किंवा पृथ्वीपासूनची अन्तरे ज्यांना कर्ण म्हणतात तीं अन्तरे आणि वर्तुळ (परिचां) च्या
“ ज्या ” मात्र सरळ रेषांनी ह्या प्रदर्शित करतात आणि त्या संबंधाचे त्रिकोण हे सरळ रेषा
नीच बनलेले असतात.

उत्तरगोलाधि—आकाश विषुवाच्या उत्तरेकडील अर्धगोल.

ध्रुव—उत्तर गोलाचा, आणि दक्षिण गोलाचा शिरोबिन्दू.

कदंब—आक्रम-वृत्ताच्या मध्यातून जाणाऱ्या अक्ष रेषेचें टोक.

नाक्षत्र दिवस—विषुववृत्ताच्या एका अक्ष परिभ्रमणास लागणारा काल. हा २३ तास
५६ मिनिटें ४.९ सें इतका मध्यम मानानें आहे. इतक्या कालांत संबंध विषुववृत्ताचें अक्षभ्रमण
३६० अंश होतें.

आक्रमवृत्त आणि विषुववृत्त ह्यांच्या मध्ये जो कोन आहे तो २३° २७' काल इतका
आहे, ह्यालाच सूर्याची परम-क्रान्ति किंवा क्रान्ति कोन म्हणतात. ह्याचें वर्षापूर्वी हा कोन
२३॥ अंश होता म्हणून आपल्या प्राचीन प्रयांत परमक्रान्ति २४ अंश मानली आहे.

क्रान्ति—म्हणजे विपुववृत्तापासून ध्रुवापर्यंत काढलेल्या लम्ब वृत्तावरील विपुवापासूनचें अंशकलात्मक अन्तर.

शर—आक्रमवृत्तापासून कदम्बप्रोत लम्बावरील अशकलात्मक अन्तर.

संपात—आक्रमवृत्त आणि विपुव ह्यांचा छेदन बिन्दू. ह्याला पूर्वेकडो न पश्चिमेकडे ५०.२ विकला इतकी वार्षिक गति आहे.

याम्योत्तर अथवा ध्रुवातून विपुववृत्तावर जी असंख्य लम्बवृत्ते काढतां येतात त्यापैकी प्रत्येक. अशीं लम्बवृत्ते कमीत कमी $३६० \times ६० \times ६०$ इतकीं काढली पाहिजेत.

विपुवांश—याम्योत्तराच्या योगानें विपुववृत्ताचें होऊ शकणारे, अश, कला, विकलात्मक माग. हे १५ अशाना एक तास अशा पद्धतिनेंहि सांगतात.

अक्षांशवृत्ते—विपुववृत्ताला समान्तर अशीं वर्तुळे हीं ध्रुवापर्यंत काढतां येतात. ह्या सर्व वर्तुळाचें मध्यबिन्दू अक्षमूत्रांमध्येच असतात.

अक्षांश—अक्षवृत्ताच्या योगानें पडलेलें याम्योत्तर वर्तुळाचे भाग; अथवा विपुववृत्तापासून दक्षिणोत्तर लम्बान्तर. अक्षांश पलमेवरून ठरविनात, किंवा पलभा अक्षांशावरून ठरते.

रेखांश—एखाद्या विशिष्ट याम्योत्तरवृत्तापासून अक्षांशवृत्तावर किंवा विपुववृत्तावर मोजलेलें पूर्वपश्चिम अन्तर. विपुववृत्ताच्या एका अक्षभ्रमणास २४ तास किंवा ६० घटिका लागतात. म्हणून $\frac{१}{१५}$ अंश हें कालात्मक रेखान्तर झालें.

खस्वस्तिक—पहाणाराच्या घेट डोक्यावरील आकाशातील बिन्दू.

उन्नतांश—क्षितिजापासून खस्वस्तिकापर्यंतचें लम्बरूप अंतर.

क्षितिज—पृथ्वीच्या सपाटीची दृश्य सीमा.

(गोलीय त्रिकोणाच्या बाजू वर्तुलखंडेंच असतात.) (मध्यवर्ती काटकोनांच्या योगानें) वर्तुळाचे सारखे चार भाग होतात. ह्यांना वर्तुळाचीं चार "पदे" म्हणतात. प्रथम, तृतांय पदे हीं विषम आणि द्वितीय चतुर्थ हीं युग्मपदे. वर्तुळ चतुर्थांशांत ९० अंश असतात.

स्पष्टाधिकार [प्राथमिक त्रिवरण]

स्पष्टाधिकार म्हणजे प्रहाचे स्थान आकाशांत प्रत्यक्ष दृष्टीला जेथें (ज्या नक्षत्रावर, ज्या तारे पासून अमुक इतक्या अन्तरावर आहे असें) दिसत तेथेंच तो आहे असें गणितानेंहि वर्तविता येणें. ह्या प्रकाराला, गणित पद्धतिलाच स्पष्टाधिकार म्हणतात. गणितानें वर्तविलेल्या ठिकाणीच बरोबर प्रह असला व दिसला म्हणजे तो स्पष्ट झाला व त्या गणिताचा दृक्प्रत्यय आला असें म्हणतात. प्रहाचे स्पष्ट गणित करतांना त्रिकोण मितिच्या गणिताची माहिती अवश्य आहे. सिद्धांत गणित करतांना त्रैशिक व वर्गमूल काढण्यापर्यंत अकगणित, समीकरणापर्यंत बीजगणित आणि काटकोन त्रिकोण, काचित् गोलीय त्रिकोण ह्यांचे मापन इत्यादि गणित गणकास उत्तम येत आहे असेंच सिद्धान्तकारांनीं गृहीत धरले आहे.

स्पष्टार्थिकारांत, भुज, भुज्या, कोटिज्या, कर्ण, त्रिज्या, परिधि इत्यादि संज्ञा व त्या संज्ञांनी निर्दिष्ट अशी परिमाणे ह्यांची साधारण तरी माहिती असल्याशिवाय ग्रंथच समजणार नाही. म्हणून त्रिकोण मितिच्या काही संज्ञांची त्रोटक माहिती देतो.

सरळ रेषा म्हणजे काय किंवा काटकोन आणि वर्तुळ म्हणजे काय हे वाचकांस चांगले अवगत आहे असे समजण्यास हरकत नाही. पुढील आकृतीत "च-छ-स-ग" हे वर्तुळ आहे. त्याच्या वाटोळ्या गगरीत रेषेसच परिघ किंवा परिधि म्हणतात. "च-छ-स-ग" ही वाटोळी रेषाच परिघ किंवा परिधि आहे. "क" हा त्या वर्तुळाचा मध्य बिन्दू हा-अगदी मधोमध असतो, आणि त्याच्या पासून परिघापर्यंत जितक्या सरळ रेषा काढल्या तितक्या सर्वांची लांबी अगदी एक सारखी असते यकिकचित्हा कमोगास्त नसते. ह्या सर्व रेषांना त्रिज्या म्हणतात. त्रिज्या, परिघ (परिधि) ह्या सर्वांचा अर्थ अगदी पक्का लक्षात ठेवावा. परिघामध्ये कोठेहि दोन बिन्दू ह्या (उदाहरणार्थ घ. प.) ह्या दोन बिन्दूंना जोडणारी रेषा "घ-प" काढा म्हणजे "घ-ना-प" हा जो वर्तुळाचा तुकडा दिसतो. त्याला कौंस, भुज, घनु किंवा चाप, म्हणतात आणि "घ-प" ह्या रेषेला त्या चापाची किंवा घनुच्याची ज्या (म्हणजे ताणलेली दोरी) असे म्हणतात. वर्तुळाचा कोणताहि तुकडा "भुज" होऊ शकतो आणि त्या प्रत्येक भुजाला किंवा चापाला "ज्या" काढता येते. तिळाच "भुजज्या" असेहि नांव आहे. कारण भुजाची "ज्या" ती भुजज्या. भुजज्येवर वर्तुळमध्यापासून ओळव्यात असणारी रेषा काढली म्हणजे ती रेषा आणि भुजज्या ह्यांचा जो कोन होतो तोच काटकोन "घ-प" ह्या भुजज्येवर "क रू" ही रेषा लंबरूप आहे. म्हणून "रू" ह्या ठिकाणी काटकोन होतो. जेथे दोन रेषा परस्पराशी लंबरूप असतात तेथे काटकोन व्हावयाचाच. "घ-प" ही जरी "ज्या" आहे तरी गणितांमध्ये "घ-ख" ह्या अर्थां तुरुळ्यालाच भुजज्या म्हणतात. आतां भुजज्या म्हणजे अर्धज्या हाच अर्थ कायम झाला. "क रू-घ" हा जो काटकोन त्रिकोण आहे त्यांत "ख" हा काटकोन आणि "क" आणि "घ" हे परस्पराशी पुरक कोन आहेत कारण त्या दोहोंचा मिलेल एक काटकोन बनतो. "क" ह्या पुरक कोनासमोर जी रेषा (रू-घ) ती त्या कोनाची भुजज्या. आणि त्याच्या जवळ चिकटलेली जी (क-ख) रेषा ती त्या कोनाची कोटिज्या असे म्हणण्याचा प्रघात आहे. भुजज्या, आणि कोटिज्या ह्या परस्पराशी ("ख" ह्या ठिकाणी) काटकोन करतात. काटकोनासमोरची (क-घ ही) त्रिकोणापैकी जी सर्वांत मोठी रेषा तिळा कर्ण असे नांव आहे.

वर्तुळाच्या मध्यबिन्दूतून जाणारी, आणि मध्यबिन्दूच्या दोन्ही बाजूस घेत परिघापर्यंत जाऊन मिडणारी जी सर्वांत मोठी रेषा तिळा व्यास असे बडे नांव आहे. व्यासरेषेची लांबी दोन त्रिज्या येवढी असते. म्हणून आतां परिमाणे बनलीं तीं अशीं; क-ख-घ हा काटकोन त्रिकोण त्यात

(१) ख हा काटकोन. काटकोन करणाऱ्या ज्या दोन रेषा त्या पैकी एक भुजज्या आणि दुसरी कोटिज्या.

(२) क-घ हे परस्पर पुरक कोन.

(३) पूरक कोनाच्या समोरची रेपा ती त्या कोनाची भुजज्या, आणि जवळची रेपा ती कोटिच्या.

(४) काटकोना समोरची मोठी रेपा ती त्या त्रिकोणाची कर्णरेपा.

(५) वर्तुळाच्या मध्यबिन्दूपासून परिघापर्यंत मिडणारी जी सरळ रेपा ती त्रिज्या.

(६) मध्य बिन्दूतून दोहोकडे परिघापर्यंत थेट मिडणारी मोठी रेपा ती व्यास रेपा; = हा दोन त्रिज्या येवढा असतो.

(७) वर्तुळाच्या परिघाचे एकसारखे ३६० भागे करितात त्यांना भाग किंवा अंश म्हणतात.

च-घ-ग हे एक काटकोनी वर्तुळ खण्ड आहे. म्हणजे ह्या वर्तुळ खण्डाच्या " च " आणि " ज " ह्या टोकातून वर्तुळ मध्यापर्यंत त्रिज्या काढिल्या असतां त्यांच्या मधील ग-क-च कोन ह्या काटकोन होतो.

(८) " क-ख-घ " ह्या काटकोन त्रिकोणात " ख " ह्या काटकोन असल्याने " क " ह्या कोनाची " ख-घ " रेपा ही भुजज्या होय आणि ग-घ हा त्या " ज्ये " चा भुज, किंवा कौस आहे आणि " च-घ " ह्या जो (काटकोनी वर्तुळ खण्डापर्येकी) शिष्टक राडिडेल त्रिकुडा तें कोटिच्या-खण्ड होय. भुजज्या खण्ड, आणि कोटिच्या खण्ड, मिळोन एक चतुर्पांश वर्तुळ (म्हणजे ९० अंश) होतें.

वर्तुळामध्ये दोन व्यास रेपा परस्परशी काटकोनांत असल्या (उदा० छ-ग रेपा, आणि च-स रेपा) म्हणजे त्या वर्तुळ परिघाचे बरोबर चार सारखे तुकडे करतात. " च छ "; " छ-स " " स ग ", " च-ग " हे चार सारखे तुकडे म्हणजे परिघखण्ड आहेत. वर्तुळाचे अंश ३६० म्हणून त्या प्रत्येक भुजाच्या टोकाशी असलेल्या (छ-क आणि च-क ह्या) त्रिज्यांनी " क " ह्या ह्या मध्य बिन्दूत काटकोन बनतो म्हणून प्रत्येक काटकोनातहि ९० नव्यद अंश होतात म्हणूनच कोणताहि कोन अशकळा विकळा सरपेनें मोजतात.

उदाहरणार्थ छ-क-स हा काटकोन-क ह्या बिन्दूत होतो. (कोन-दर्शक अक्षर मध्ये लिहितात.) त्यांत ९० अंश आहेत. छ-क-द हा अर्धा काटकोन. त्यांत ४५ अंश; छ-क-त हा पाय काटकोन; त्यांत २२½ अंश. ह्याप्रमाणे १ अशापासून ९० पर्यंत आणि ९१ पासून १८० पर्यंत तेथून २७० अंश आणि ३६० वर्तुळ परिघामध्ये कोन बनतात. कोन दोनच रेपांनी बनतो य तो मध्य बिन्दूमध्ये असतो.

आतां मध्य बिन्दूत कोन कसकसे होतात तें पहाः—

क. ग ही मुद्रय त्रिज्या ठरवावी. ती कोनाचा पाया किंवा तलरेपा होय.

(९) ती कोनाचा पाया किंवा तलरेपा होय.

क-ग रेपेचा " क-घ " रेपेची क ह्या ठिकाणी अर्धाकाटकोन म्हणजे ४५ अंशाचा कोन झाला.

क-ग रेपेचा क-च रेपेची " क " मध्येच काटकोन नंतर होतो नंतर क-ठ रेपेची द्वाद

काटकोन होतो. नंतर क-ग-आणि क-छ रेषांचा १८० अंशाचा कोन हा कोन सरळ रेषेतच होतो. द्यावा दोन काटकोन म्हणतात.

नंतर क-ग रेषेचा क-द रेषेशी-घ नंतर क-स रेषेशी तीन काटकोनी (म्हणजे २७० अंशाचा कोन.) नंतर तेथून क स त्रिज्या पुढे सरकून “ क-ग ” शी पुनः चिकटे पर्यंत असेच निरनिराळे कोन होतात.

(१०) वर्तुळ केवढेही मोठे असो किंवा लहान असो त्याच्या परिघाचे एकसारखे अंश ३६० च करावयाचे. एका अंशामध्ये ६० कला, आणि एका कलेमध्ये ६० विकला ह्या प्रमाणे वर्तुळाच्या परिघाचे भाग होतात. अंशाच्या प्रत्येक टोका पासून मध्यबिंदू पर्यंत त्रिज्याकाढली तर प्रत्येक अंशाचा निदर्शक असा मध्यबिन्दूच्या ठिकाणी एकेक कोन होईल त्याची आकृती साधारण-पणे गाडीच्या चाकासारखी दिसेल. तेव्हां एक अंशाचा, दहा अंशांचा कोन असे म्हटले की, वर्तुळ परिघाचा तिनका तुकडा, आणि त्या तुकड्याच्या दोन्ही टोकांपासून मध्य बिन्दूपर्यंत त्रिज्या काढून त्या दोन त्रिज्या मधील कोन; इतका अर्थ स्पष्ट ठरलेला असतो. उदाहरणार्थः—

१५ अंशांचा कोन म्हणजे १५ अंशांचा वर्तुळ खण्ड आणि त्याच्या त्रिज्यांनी मध्य बिंदूत होणारा १५ अंशांचा कोन. ह्याप्रमाणे कोनांचे अंश, आणि अंशांचे कोन सांगितले असतात. वर्तुळ परिघातील अंशकला संख्येनेच कोन निर्दिष्ट केला जातो.

(११) प्रत्येक त्रिकोणात जे तीन कोन असतात त्या सर्वांची बेरीज दोन चाटकोना इतकी म्हणजे १८० अंश असते.

(१२) ज्या त्रिकोणाच्या तिन्ही बाजूंच्या रेषा अगदी सारख्या असतात त्याला समभुज त्रिकोण म्हणतात (आकृति पहा)

(१३) समभुज त्रिकोणाचे तिन्ही कोन अगदी एक सारखे असतात. तिन्ही मिळोन १८० अंश तेव्हा प्रत्येक कोन ६० अंशांचा असे ठरले. (उदा. आकृति ह्या अ, ऊ, आ हे प्रत्येकी ६० अंशांचे कोन आहेत. कोणत्याही त्रिकोणाचे मापन काटकोनाच्या योगानेच करितात.

(१४) अ-उ-आ ह्या समभुज त्रिकोणात इ-उ ही रेषा—अ-आ रेषेच्या मध्यापासून उ टोकापर्यंत लंबरूप आहे. म्हणून इ-उ रेषेच्या दोन्ही बाजूंस दोन काटकोन होतात. इ-उ-आ त्रिकोणात इ-हा काटकोन; आणि उरलेल्या आ आणि ऊ ह्या दोन कोनांचा मिळोन एक काटकोन. आ आणि ऊ हे एकमेकांचे पूरक कोन.

(१५) आ इ उ ह्या त्रिकोणात इ हा काटकोन, म्हणून त्याच्या समोरची आ-उ रेषा हा कर्ण.

आणि आ कोनाच्या समोरची इऊ रेषा आ कोनाची भुजज्या, आणि उ कोना समोरची आइ रेषा उ कोनाची भुजज्या. आ कोनाजवळची आइ रेषा ही “ आ ” कोनाची कोटिज्या; आणि इऊ रेषा “ उ ” कोनाची कोटिज्या.

(१६) कोनांचा मध्य बिंदू धरून घर्तुळ काढले तर कोननिदर्शक वर्तुळ खण्ड हा त्या कोनाचा भुज होतो. भुज म्हणजे कोन निदर्शक वर्तुळ परिघाचा तुकडा. आणि “ ज्या ” म्हणजे त्या तुकड्याची टोकें साधणारी रेषा. भुजज्या म्हणजे त्या रेषेचा अर्धा भाग.

(१७) काठकोन त्रिकोणाच्या दोन बाजू पैकी एक भुज्या आणि दुसरी कोटिज्या असते आणि समोर कर्ण रेखा असते.

(१८) भुज्येची लांबी, अश अगुळें इच इत्यादि कोणत्याहि मापानें भोजण्यास हरकत नाही.

(१९) भुज्येचा वर्ग, अधिक कोटिज्येचा वर्ग मिळोन जी सख्या येते ती कर्ण रेखेच्या वर्गाबरोबर असते. (उदाहरणार्थ अ इ-उ ह्या त्रिकोणा इ हा काठकोन आहे म्हणून अइ (वर्ग) +इऊ (वर्ग) =अऊ असे समीकरण अगदी ठरलेले आहे म्हणून अइ+इऊ ह्यांच्या बेरजेच्या वर्ग-मूळाबरोबर कर्ण रेखेची लांबी असते

(२०) सबध परिघ ३६० अश असतो आणि त्याचा व्यास ११४६ अश आणि त्रिज्या ५७३ अश असते. हेहि वरव्याप्रमाणें पैकें ध्यानांत ठेवावें

सिद्धांतपद्धतिप्रमाणें भुज्येची लांबी (दैर्घ्य) हीच “ ज्या ”. परंतु युरोपियन पद्धति-प्रमाणें भुज्यारेखेला कर्णानें भागून जो अपूर्णांक (किंवा पूर्णांक) येईल त्याला भुजज्या म्हणतात. युरोपियन पद्धतिप्रमाणें —कोटिज्येलाहि कर्णरेखेनें भागावें लागतें

$$\frac{\text{भुजज्या}}{\text{कर्णरेखा}} = \text{ज्या (दोर्ज्या)}, \quad \frac{\text{कोटिज्या}}{\text{कर्णरेखा}} = \text{को-ज्या}$$

$$\frac{\text{भुजज्या}}{\text{कोटिज्या}} = \text{स्पर्शरेखा}, \quad \frac{\text{कोटिज्या}}{\text{भुजज्या}} = \text{को-स्पर्श.}$$

सिद्धांतमतानें
आणि प्राश्नात्य-मतानें } १ — कोटिज्या = उत्क्रमज्या.
(‘एक’ म्ह० त्रिज्या)

(२१) सबध वर्तुळपरिघात २१६०० कला असतात, आणि त्रिज्येमध्ये ३४३७७५ कला असतात, म्हणूनच सिद्धांतकारांनी ३४३८ कलांची परमज्या किंवा त्रिज्या मानली आहे. त्रिज्येच्या दुप्पट व्यास-कला असतात. युरोपियन गणितामध्ये त्रिज्येचें मान हेंच. निराळें नाही.

॥ स्पष्टाधिकारः ॥

अथ द्वितीयोऽध्यायः

अदृश्यरूपाः कालस्य मूर्तयो मगणाश्रिताः ॥

शीघ्र-मन्दोच्च-पाताख्या ग्रहाणां गतिहेतवः ॥ १ ॥

तदातरश्मिभि र्बद्धास्तैः सन्व्येतर-याणिभिः ॥

प्राक्पश्चादपकृष्यन्ते यथासन्नं स्वदिङ्मुखम् ॥ २ ॥

प्रवहाख्यो मरुत् तांस्तु स्योच्चाभिमुख-मीरयेत् ॥
 पूर्वापरापकृष्टास्ते गतिं यान्ति पृथग्विधाम् ॥ ३ ॥
 ग्रहात् प्राग्भगणाद्धस्थः प्राह्मुखं कर्षति ग्रहम् ॥
 उच्चसंज्ञोऽपराद्धस्थं तद्वत् पश्चान्मुखं ग्रहम् ॥ ४ ॥

ग्रहाचे “ भगण ” म्हणजे परिभ्रमणाचे जे मार्ग त्या मार्गावर “ काळा ” ची स्वरूपे अद्वय रूपांने (ठाणे देऊन) राहिलेली आहेत ग्रहाचे शीघ्रोच्च, नीचोच्च, मन्दोच्च आणि कक्षापात ही ती स्वरूपे होत ग्रह आपआपल्या कक्षामध्ये निरन्तर फिरत आहेत त्याच्या गतिचे कारण ही काळ-स्वरूपे होत ?

(ग्रह हे) प्रवह वायुरूप लगामाने जखडलेले आहेत उच्च, नीच आणि पात ह्या शक्ति, ते लगाम आपल्या दोन्ही हातांनी धरून त्या ग्रहांना केव्हा मार्गे खेचून केव्हा पुढे दामटून आपल्या दिशेकडे आपल्या जवळ ओढून नेतात ?

प्रवहवायु (ह्या तर ग्रहगतिचे मुख्य कारण तो प्रवहवायु) ग्रहांना आपआपल्या उच्च (नीच) बिन्दूकडे पश्चिमेकडून पूर्वेकडे खेचत नेतो बहुतेक पूर्वेकडे (परतु नतर) पश्चिमेकडे त्यांना ओढून तो (वायु) त्या ग्रहांच्या ठिकाणी निरनिराळी गति उत्पन्न करितो ?

प्रत्येक ग्रहाचे उच्च त्याच्या समोर पूर्वदिशेकडे असते ते उच्च त्याला पूर्वेकडे ओढते नीचोच्च बिन्दू ह्या पश्चिमेकडे असतो तो त्याला पश्चिमेकडे ओढतो (ह्याप्रमाणे ग्रह हे सदैव चक्राकार गतिने फिरत असतात) ?

स्पष्टीकरणः—ग्रहांना गति कां असावी, आणि ती चक्राकार मार्गाचीच कां असावी त्याचे कारण सिद्धान्तकारांनी, उच्च, नीच (आणि पात) ही जी विशिष्ट स्थाने ग्रहमार्गावर आहेत, त्यांना काळाची स्वरूपे मानून त्यांच्याकडे सोपविले आहे ग्रहगतिचे आधुनिक दृष्टिने कारण, ग्रहांची केन्द्रापसरण शक्ति आणि सूर्याची आकर्षण शक्ति अशा दोन कारणांचा मिळाफ होय प्रवह वायु लगामाने ग्रहांना मार्गे खेचतो आणि पुढेहि दामटतो ह्या उभेक्षेत अपसरण आणि आकर्षण ह्या दोन्ही शक्तींची कल्पना सूचित केली आहे नीचोच्च हे स्थान सूर्याच्या जवळ असते, आणि मन्दोच्च हे दूर असते मात्र ही दोन्ही स्थाने परस्परांपासून बरोबर १८० अंश अंतरावर असतात.

पात हेहि बिन्दूच आहेत ग्रहकक्षा (म्हणजे ग्रहांचा भ्रमण मार्ग) आणि भूकक्षा हे एका पातळीत नाहींत परस्परांशी कलते आहेत त्यामुळे ग्रह आपल्या कक्षेत फिरताना फक्त पात बिन्दूच्या ठिकाणीच भूकक्षेत काही अल्प काळ असतो म्हणून ग्रह ह्या कक्षपाताच्या स्थानी असताना पृथ्वी, ग्रह आणि सूर्य हे एका रेषेत आले, तर ग्रहण, अधिक्रमण, इत्यादि चमत्कार घडू शकतात

स्योच्चापकृष्टा भगणैः प्राह्मुखं यान्ति यद् ग्रहाः ॥
 उच्चोत्तेषु धनमित्युक्तमृणं पश्चान्मुखेषु तु ॥ ५ ॥

ग्रहांच्या नीचोच्च शक्तींनी ग्रहांना खेचून दामटले म्हणजे आपल्या मार्गांनी केव्हा ते पूर्वेकडे

धांवतात तेव्हा त्याची गति “ धन ” आहे असे ज्योतिषी समजतात, आणि जेव्हा उलट फिरतात (म्हणजे पूर्वेकडून पश्चिमेकडे फिरतात) तेव्हा ती “ ऋण ” आहे असे म्हणतात गति “ धन ” असते तेव्हा प्रहाची दिनगति मध्यम गतिपेक्षा ज्यास्त असते

दक्षिणोत्तरतोऽप्येवं पातो राहुः स्वरंहसा ॥

विक्षिपत्येव विक्षेपः चन्द्रादीना-मपक्रमात् ॥ ६ ॥

- उत्तराभिमुखं पातो विक्षिपत्यपराद्धंगः ॥

ग्रहं प्राग्भगणाद्धस्यो याम्यायामपकर्षति ॥ ७ ॥

१ प्रहाचे कक्षापात आणि चन्द्रकक्षेतील राहु हे आपल्या जोराने प्रहाना आणि तसेच चन्द्राला पृथ्वीकक्षेच्या मार्गातून केव्हा उत्तरेला आणि केव्हा दक्षिणेला ह्या प्रमाणे वाजूस ढकलतात प्रहाच्या आणि चन्द्राच्या अशा रीतीने पृथ्वीच्या मार्गातून वाजूस ढकलले जाण्याच्या प्रकाराला विक्षेप म्हणतात ६

पश्चिमेकडे अर्ध्यावाटेवर असणारा एक कक्षापात प्रहाला तेथून उत्तरेकडे ढकलतो, आणि दुसरा कक्षापात (पहिल्याच्या अगदी समोर) पूर्वेकडे अर्धा वाटेवर राहुन त्या प्रहाला (दुसऱ्या वाजूस) दक्षिणेकडे ढकलतो ७

स्पष्टीकरणः—हे ढकलणे निव्वळ उत्प्रेक्षा आहे प्रह आपल्या कक्षेतच फिरतो, पण ती कक्षा कळलेली असल्याने तिचा निमा भाग पृथ्वी कक्षेच्या उत्तरेस आणि निमा दक्षिणेस असतो म्हणून प्रह वाजूस ढकलल्यासारखा दिसतो

बुध-मार्गवयोः शीघ्रात् तद्वत् पातो यदास्थितः ॥

तच्छीघ्राकर्षणात् तौ तु विक्षिप्येते यथोक्तवत् ॥ ८ ॥

बुध आणि शुक्र हेहि भूकक्षेच्या कधी उत्तरेस आणि कधी दक्षिणेस ज्या दिशेस त्याचे पात असतील त्याप्रमाणे मागील श्लोकात वर्णिलेल्या योजनेनुरूप जोराने ओढले जाऊन वाजूस फेकले जातात ८

महत्वान्मंडलस्यार्कः स्वल्पमेवापकृष्यते ॥

मण्डलाल्पतया चन्द्रस्ततो बहुपकृष्यते ॥ ९ ॥

भौमादयोऽल्पमूर्तित्वात् शीघ्रमन्दोच्च सङ्काः ॥

देवतैरपकृष्यन्ते सुदूरमति-वेगिताः ॥ १० ॥

अतो धनर्णं सुमहत् तेषां गतिवशात् भवेत् ॥

आकृष्यमाणा-स्तै र्देवं व्योम्नियान्त्यनिला-हताः ॥ ११ ॥

सूर्याचे प्रकरण फारच अवाढव्य असल्याने त्याचे विच फारसे ओढले जात नाही पण चन्द्र हा त्या मानाने पुष्कळ हलका असल्याने त्याच्यावर आकर्षण होऊन तो फारच ओढला जातो. ९ तसेच मगळ्यादि प्रहांची दिवे (सूर्याच्या तुलनेने) अगदी कमी अवजड, त्यामुळे शीघ्र, मदाघ इत्यादि ज्या आकर्षण शक्ति, त्यांच्या योगाने त्या प्रहामध्ये अत्यंत वेग उत्पन्न होऊन ते दूर अंतरावर (अहित तरी) तेंचले जातात १०

म्हणूनच त्यांच्या गतिःसुखां वर दर्शविल्याप्रमाणे धनऋण असतात, परंतु त्या गतिप्रमाणे धनऋणत्वहि महत्वाचे असते. ह्याप्रमाणे सर्व प्रह उच्चत्यानांच्या आकर्षणाने आणि प्रवहवायुच्या जोराने आकाशमध्यें संचार करतात. ११

विवरणः—एका वर्तुळ परिधिचे (म्हणजे ३६० अंश परिधाचे) समसमान चार तुकडे (मध्यबिन्दुसून जाणाऱ्या व परस्परशी काटकोन करणाऱ्या दोन सरळ रेषांनी) केले तर प्रत्येक परिधिविभागांत ९० अंश; आणि मध्यबिन्दूत सरळ रेषांनी बनलेला एक काटकोन, अशी आकृतिभ्रनते. (“श्री-श” हा कोन आणि “श्रीम-शम” ह्या रेषांनी बनलेला काटकोन अशी आकृति पाहा.) ह्या अशा मध्यबिन्दूत झालेल्या कोनासहित-परिधिविभागाला परिधकोन (Sector) असे नांव आहे. वर्तुळांत काटकोनी परिधकोन चार असतात, त्या प्रत्येकास “पद” म्हणतात. १ ठें, व ३ रे ह्यां विषम पदे; २-४ ह्यां युगमपदे होत.

कोणत्याहि पदाच्या परिध-विभागांत बिन्दु घेऊन त्या परिधाचे कसेहि दोन तुकडे केले तर ते दोन्ही मिळोन ९० अंश किंवा एक परिध-पद होतें. ‘श्री-श’ ह्या परिध-पदांत “य” बिन्दु घेऊन तेथून य-म रेषा काढली तर एका काटकोनाचे “य-म-हे” आणि य-म-क असे दोन कोन होतात. ह्या दोन्ही कोनांचा मिळोन एक काटकोन होतो म्हणून हे दोन्ही परस्पर-पूरककोन होत. [ज्या कोनांची बेरीज एका काटकोना-इतकी असते त्यांना पूरककोन म्हणतात.] ‘य-हे’ रेषा ‘म’ कोनाची दोर्ज्या (म्हणजे भुजज्या) आहे. आणि म-रेषा ही त्याच कोनाची कोटि-ज्या आहे. य-का रेषा “य” पासून श्री-म-रेषेवर लंब रेषा काढली तर ‘य-का’ रेषा म- ह्या कोटिज्ये बरोबर होईल. [कारण समान्तर चौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू अगदी सारख्या असतात;] परंतु य-का रेषा, का-म-य ह्या पूरक कोनाची दोर्ज्या आहे, [म्हणून नियम असा सिद्ध झाला की, “एका कोनाची दोर्ज्या त्याच्या पूरक कोनाच्या कोटिज्ये बरोबर; आणि कोटिज्या पूरककोनाच्या दोर्ज्ये बरोबर असते.” त्रिकोण-मितिमध्यें हा नियम फार महत्वाचा आहे.]

हाच नियम सिद्धान्तकारांनी श्लोक ३० त्यांत सांगितला आहे; त्यांत, परिध पदाचे दोन भाग केले तर त्यातील पहिल्याला “गत” आणि दुसऱ्या तुकड्याला “गम्य” किंवा “एष्य” हें नांव देतात असे सांगितले-आहे.

सांगितलेल्या आकृतिमध्यें श्री-य-श हें पहिलें पद आणि श्री-ज-ग हें दुसरें पद आहे. पहिल्यांत य-श-हा तुकडा “गत” भाग, आणि श्री-य-हा “गम्य” भाग आहे. त्यांत एकाची दोर्ज्या दुसऱ्याच्या कोटिज्ये बरोबर आहे.

दुसऱ्या श्री-ज-ग पदामध्यें ‘श्री-ज’ हा “गत” भाग आणि ‘ज-ग’ हा “गम्य” भाग आहे; हातः “गत” भागाची कोटिज्या “गम्य” भागाच्या दोर्ज्ये बरोबर आहे [“गत आणि गम्य हे दोन भाग परस्पर पूरक असतात कारण दोहोचें मिळोन एक-

फाटकोनी परिघ—खण्ड होते] (श्लोक ३०). विषम (म्हणजे १-३ हा) परिघ—पदामध्ये “ गत ” भागाची (म्हणजे पहिल्या तुकड्याची) जी दोर्ज्या ती “ गम्य ” भागाची कोटिज्या होते [अर्थात् “गत” भागाची जी कोटिज्या ती “गम्य” भागाच्या दोर्ज्येवरील असते] आणि युग्म पदामध्ये “ गम्य ” भागाची दोर्ज्या “ गत ” भागाच्या कोटिज्येशी समान असते [अथवा “ गम्य ” कोटिज्या, ‘गत’ दोर्ज्येशी समान असते.]

वक्राऽनुवक्रा कुटिला मन्दा मन्दतरा समा ॥

तथा शीघ्रतरा शीघ्रा ब्रह्मणामष्टधा गतिः ॥ १२ ॥

तत्रातिशीघ्रा शीघ्राख्या मन्दा मन्दतरा समा ॥

ऋज्वीति पञ्चधा ज्ञेया या वक्रा सानुवक्रगा ॥ १३ ॥

प्रहांची गति, कधी वक्र, अनुवक्र, कुटिल, मन्द, मन्दसम आणि सभ (स्थिर) अशी, आणि त्या नंतर शीघ्र आणि शीघ्रतर ह्या प्रमाणे आठ प्रकारची आहे. १२

त्यांत प्रह जेव्हा मार्गी होतो तेव्हा त्याची गति पहिल्याने अतिशीघ्र असते, नंतर शीघ्र, पुढे मन्द, मग मन्दतर होऊन नंतर स्थिर होते. मग तो प्रह वक्र होतो तेव्हा त्याची गति कुटिल, वक्र, आणि अनुवक्र अशी असते. १३

स्पष्टीकरणः—प्रहांच्या वक्रगतिचें वास्तविक कारण पृथ्वीवरून दिसणारी त्यांची सापेक्ष गति स्थिति हें होय. बुध, शुक्र हे प्रह पृथ्वी आणि सूर्य ह्यांच्या मध्ये आहेत आणि मंगळादि प्रह हें बाहेर आहेत, त्यामुळे, आणि पृथ्वीची गति आणि प्रहाची गति सारखी नसल्यामुळे, प्रह वक्री झाले असें दिसते.

प्रह वक्री झाला म्हणजे तो एकदम मार्गे वळतो. त्या वळणालाच कुटिल गति हें नांव दिले आहे. नंतर तो तसाच वळण घेऊन मार्गे सरतो, ही वक्रगति; हें वळण कमी होऊन प्रह पुनः मार्गी होण्याच्या वेतांत येतो, हें अनुवक्र; मग तो मार्गी म्हणजे पहिल्या सारखा पूर्वेकडे जाऊ लागतो. प्रह मार्गी झाल्यावर काही दिवस त्याची गति नेहमी पेक्षा फार वेगाची असते, हीच शीघ्रतर गति; नंतर ती कमी होते. पुढे सावकाश (मन्द) मग अगदी सावकाश, आणि शेवटी प्रह एके ठिकाणी थांबल्यासारखा दिसतो. ह्या स्थितिळा “ स्तंभ ” म्हणतात. त्या नंतर तो पुनः वक्री होतो.

तच्चद् गतिवशात् नित्यं यथा द्रवतुल्यां ग्रहाः ॥ .

प्रयान्ति तत्प्रवक्ष्यामि स्फुटीकरण-मादरात् ॥ १४ ॥

म्हणून आतां प्रह आपआपल्या अनेक गतिप्रमाणे परिभ्रमण करीत असतांना, ते त्यांच्या योग्य ठिकाणीच आकाशांत दिसतील अशा प्रकारचे जें गणित असते त्याला स्पष्ट-गणित म्हणतात. ते आतां मी मोठ्या प्रमाणे तुला सांगितों. १४

स्पष्टीकरणः—प्रह जेथे प्रत्यक्ष आकाशांत दिसतात तेथे त्याचे स्थान ज्या गणिताने बिनचूक वर्तवितो येते त्याला स्पष्ट गणित म्हणतात. केवळ सरासरीच्या धोरणाने

ग्रहाचें जें स्थान ठरतें त्या स्थानाला मध्यम-स्थान, आणि त्या सरासरीच्या गणिताला मध्यम गणित म्हणतात. नदीच्या पाण्याची खोली सरासरीच्या गणितानें जशी चुकीची येते तसेच ग्रहांचें मध्यम स्थानहि बहुतेक सर्वथेळां अगदी चुकीचें असतें. तथापि मध्यम ग्रह-गणित सर्वथैव अचूक आहे. कारण ग्रहांचें स्पष्टीकरण करताना प्रथम मध्यम गणितच करावें लागतें, म्हणून प्रत्येक ज्योतिषग्रंथांत प्रथमतः मध्यमगणितच सांगण्याचा प्रघात आहे.

ग्रह स्पष्ट करिताना त्रिकोण मित्तिच्या गणिताचीहि माहिती असावी लागते. " ज्या " म्हणजे "भुजज्या" तसेंच "कोटिज्या," आणि त्यांचीं वर्तुळखंडे, तसेंच त्रिज्या, व्यास ह्यांचें गुणोत्तर इत्यादि परिमाणांचा परस्पर संबंध आणि त्यापासून उद्भवणारे गणिताचे प्रकार ह्यांची उपपत्ति वाचकांस साधारण तरी माहीत आहे असे सिद्धांतकारांनी मानिले आहे. इंग्रजी गणितांतहि " भुजज्या " " कोटिज्या " स्पर्शज्या ह्यांची सूक्ष्म कोष्टकें केलेली असतात. त्यांचा फार उपयोग होतो. अशाच कोष्टकें गणितज्योतिष्याने स्वतः तयार करावी अशी सिद्धांतकारांची इच्छा दिसते. भुजज्येला Sine; कोटिज्येला Co-sine; , वर्तुळखंड किंवा कोस अथवा धनु म्हणजे arc आणि उत्क्रमज्या म्हणजे versed sine अशा इंग्रजी संज्ञा आहेत.

राशिलिप्ताष्टमो भागः प्रथम ज्यार्धमुच्यते ॥

तत्तद् विभक्तलब्धोन-मिश्रितं तद् द्वितीयकम् ॥ १५ ॥

आद्येनैवं क्रमात् पिण्डान् भक्त्वा लब्धोन-संयुताः ॥

एण्डकाः स्युश्चतुर्विंशज्यार्धपिण्डाः क्रमादमी ॥ १६ ॥

विवरणः—श्लोक १५।१६ ह्यात एका परिव-पदाचे (म्हणजे ९० अशाचे किंवा एका काटकोनाचे) जितकें अंश-कलात्मक विभाग किंवा कोन होऊं शकतील त्या प्रत्येक विभागाची भुजज्या दोज्या कशी काढावी त्याचा नियम सांगितला आहे. हा नियम फारच चातुर्याने बसविला आहे. समष्ट आणि गोळीय अशा उभयविध त्रिकोण-मित्तिचें चांगलें ज्ञान झाल्याशिवाय वरील नियम शोधून काढणें शक्य नाहीं. वर्तुळाधर्चे (म्हणजे स्पर्शज्या अर्ध्या परिघाचे) आणि त्रिज्येचे जर अंशकलात्मक, किंवा कलात्मक, अथवा विकलात्मक भाग पाडले, म्हणजे एकाच मापानें सारखें भाग केले तर वर्तुळ चतुर्यांशांत ५४०० कला बसतात; आणि म्हणून त्यांच वर्तुळाच्या त्रिज्येमध्ये ३४३७'७४६७ इतक्या कला बसतात. म्हणजे युरोपियन परिभाषेप्रमाणें ३४३७'७५ कलांचा एक Radian कोन होतो. आणि असे Radians (किंवा त्रिज्या-कोन) अर्धवर्तुळामध्ये ३१४१६ इतकें समाविष्ट होतात. म्हणून एका त्रिज्येच्या ३४३८ कला हें माप अत्यंत शास्त्रशुद्ध आहे.

त्रिज्येच्या कला (३४३८) ह्याच्या अनुरोधानें दोज्या ठराविकें त्रासाचें वाटतें खरें. परंतु युरोपियन पद्धतिप्रमाणें एका त्रिज्येंत एक लक्ष किंवा दहा लक्ष भाग मानल्याने त्रास कोठें चुकतो आहे ! मुळीच चुकत नाहीं. दोज्यांची कोष्टकें (Tables of Sines) आयतीं छापलेलीं मिळतात म्हणून त्याचें आपणास काहींच वाटत नाहीं, परंतु

कोट्ये करण्यास बसले म्हणजे सुख समजते. त्यापेक्षा त्रिज्येवरून सिद्धान्त पद्धतीने केलेली कोट्ये एका तासांत तयार होतात. पण युरोपियन पद्धतीने ह्याच्या चौपट वेळ तरी लागेलच.

विशेषतः १५° , १८° , २४° , ३६° , ७५° , ह्यांच्या दोर्ज्या युरोपियन पद्धतीने काढणे म्हणजे $\sqrt{२}$, $\sqrt{३}$, $\sqrt{५}$, $\sqrt{१०}$ ह्यांच्या किंमती माहिती असल्या पाहिजेत. वर्गमूळ काढण्याचा तर त्रास आहेच. शिवाय गुणाकार भागाकार करावे लागतील ते निराळेच. त्यानंतर मधल्याच (म्हणजे १६° , १७° , ह्यांच्या) दोर्ज्या काढणे तर फार किचकट काम. प्रत्यक्ष करावे तेव्हां समजेल.

१५° च्या श्लोकांत दोर्ज्या साधनाचा जो नियम सिद्धान्तकारांनी सांगितला आहे त्याची शास्त्रीय उपपत्ति फार क्लिष्ट आहे. युरोपियन गणकांसिद्धि ती सोप्या रीतीने उकळता आली नाही. त्यांतले त्यात सोपी उपपत्ति अशीः—प्रथम अर्ध्या काटकोनाची दोर्ज्या [दोर्ज्या वर्ग+कोटिज्या वर्ग=कर्ण वर्ग ह्या सूत्राप्रमाणे] साधानी. नंतर ६० अंशांची काढावयाचीः समभुज त्रिकोणाचा कोणताहि कोन ६० अंशांचा असतो; म्हणून त्याच्या शिरकोणापासून तळरेषेवर लंब काढिला असता त्याची उंची वरील सूत्राप्रमाणे $\sqrt{३}$ असते. म्हणून ६० अंशांची दोर्ज्या $\sqrt{३}$ च येते. नंतर ३० अंशांची भुजज्या $\frac{३}{४}$ इतकी होते. ह्याप्रमाणे ३०° , ४५° , ६०° , अंशांच्या भुजज्या साधल्या नंतर ३०° ची निमे १५ ; १५ निमे $७\frac{१}{२}$ आणि $७\frac{१}{२}$ निमे $३\frac{१}{४}$ अंश, ह्याप्रमाणे पहिले ज्या-चाप-खण्ड तयार झाले. त्याची भुजज्या साधण्याकरिता दुप्पट कोनाच्या भुज-कोटिज्येपासून निम्या कोनाची भुज-कोटिज्या साधण्याचे सूत्र आहे ते असेः—

$\text{Sin } A = \frac{१}{२} \sqrt{(1 + \text{Sin } 2A) - \sqrt{(1 - \text{Sin } 2A)}}$ ह्या सूत्राप्रमाणे क्रमाने भुजज्या किंवा दोर्ज्या तयार कराव्या. वरील सूत्रानुसार $३\frac{१}{४}$, $७\frac{१}{२}$, १५ , ३० , ४५ , ६० , ७५ इतक्या अंशांच्या दोर्ज्या म्हणजे भुजज्या सिद्ध झाल्यावर त्याच श्लोक ३० प्रमाणे $८६\frac{१}{४}$ अंश, $८२\frac{१}{४}$, ७५ , ६० , ४५ , ३० आणि १५ ह्या अंशांच्या कोटिज्या होतील कारण हे परस्पर पूरक कोन आहेत; मग $११\frac{१}{४}$ अंशांची दोर्ज्या $\text{Sin } 3A = 3 \text{Sin } A - 4 \text{Sin } 3A$ ह्या सूत्राप्रमाणे; आणि $१८\frac{१}{४}$ अंशांची आणि त्या पुढील सर्व भुजज्या आणि कोटिज्या $\text{Sin } (A+B) = \text{Sin } A \cos B + \cos A \text{Sin } B$ ह्या समीकरणाप्रमाणे तयार होतात. ह्यावरून त्रिकोण मितिची सर्व महत्त्वाची समीकरणे सिद्धान्तकारांना उत्तम रीतीने अवगत होती असे निश्चित ठरते. टॉलेमी (Ptolemy) ह्या ग्रीक विद्वानांस भुजज्या माहित नव्हत्या. अर्थात् त्यांचा उपयोग करणे तर दूरच. सिद्धान्तातील सर्व सूत्रे एकत्र केल्यास भारतीय त्रिकोण मिति तयार होईल हात संशय नाही.

एका कोनाची जी भुजज्या तीच त्याच्या पूरक कोनाची कोटिज्या असते. म्हणून दोर्ज्यांचे कोट्येक तयार झाले की, कोटिज्यांचे आपोआपच तयार होते.

श्लोक $१५\frac{१}{४}$ प्रमाणे पहिले भुजज्या खंड $३\frac{१}{४}$ अंशांचे, आणि त्यानंतरचे प्रत्येक

खण्डगतखण्डपेक्षा ३॥ अंशानीं अधिक, द्वाप्रमाणे ९० अंशांची २४ भुजज्या-खण्डाची आणि श्लोक ३० प्रमाणे कोटिज्या खण्डाची रचना झाल्यावर. अन्तररूप म्हणजे दोन भुजज्या खण्डामधील अंशांची भुजज्या कशी आणावी त्याची रीति श्लोक ३१ व्हांत आहे. ती रीति त्रैराशिकाची आहे.

(१५, १६ श्लोकांचें भाषान्तर.)

(श्लो. १५) एका राशिच्या जितक्या "कला" होतात त्यांचा जो आठवा हिस्सा तो भुजज्येच्या कोष्टकातील पहिला 'खण्ड' किंवा विभाग होय. "ज्ये" चें अर्ध म्हणजेच "ज्यार्ध" अथवा भुजज्या. [द्वाप्रमाणे पहिला विभाग ३॥ अंशांचा, दुसरा विभाग (३॥ + ३॥ = ७॥ अंशांचा;) तिसरा विभाग (३॥ + ३॥ + ३॥ =) ११॥ अंशांचा, चौथा १५ अंशांचा द्वा प्रमाणे ९० अंशांचे २४ विभाग करून त्या प्रत्येक विभागाची "ज्या" म्हणजे भुजज्या काढलेली असते.] अर्थात पहिल्या ३॥ अंशांच्या विभागाची "ज्या" ($\frac{१८००}{३} =$) २२५ कला इतकी असते. दुसऱ्या विभागाची "ज्या" काढायचाची म्हणजे पहिल्या "भुजज्या" खण्डाला २२५ नीं भागून जो भागाकार येईल तो पहिल्या खण्डातून उणा केला असतां जी बाकी राहते तितक्या कला, हें पहिल्या आणि दुसऱ्या भुजज्या खण्डातील अन्तर असतें; म्हणून तें अन्तर पहिल्या ज्याखण्डात मिळविलें म्हणजे दुसरें "ज्याखण्ड" तयार होतें. १५

(श्लोक १६) जितक्या अंश कलांची भुजज्या पाहिजे असेल त्यांच्या कला राशीला २२५ कलांनीं भागावें-भागाकार येईल तितकी (अंश) खण्डे "गत" समजावी; नंतर इष्ट कला राशीतून "गत" खण्डाच्या कला वजा करून अन्तर आणावें (हें गतान्तर होय). किंवा "गम्य" म्हणजे पुढील अंश खण्डाच्या कलांतून इष्ट कला राशि वजा करून अन्तर आणावें हें गम्यान्तर होय. नंतर "गत"—किंवा "गम्य" ह्यांच्या अंतरानें भुजज्या खं. अंतराला गुणून २२५ कलांनीं भागावें म्हणजे इष्ट भुजज्यान्तर येईल.

स्पष्टीकरण:—२२५ अन्तराला: भुजज्यान्तर: : इष्ट अन्तराला किती ? द्वाप्रमाणे हें सावें त्रैराशिक आहे.

नंतर गतांतराचें त्रैराशिक असेल तर उत्तर-कला गत-खण्डाच्या भुजज्येत मिळवाव्या म्हणजे इष्ट अंश कलांची भुजज्या येते. द्वाप्रमाणे भुजज्यानयन पद्धति सांगितली. आतां उत्क्रमज्या सांगतो:—

(श्लोकार्ध २२) त्रिज्येतून (म्हणजे ३४३८) व्हांतून इष्ट अंशांची कोटिज्या वजा केली म्हणजे बाकी राहिल ती उत्क्रमज्या होते. द्वाप्रमाणे भुजज्या, कोटिज्या, आणि उत्क्रमज्या ह्यांची रीति सांगितली.

स्पष्टीकरण:—उत्क्रमज्येला इंग्रजीत (versed sine) म्हणतात; भुजज्या (sine) कोटिज्या (Co-sine) ह्यांची पद्धतशीर सूत्र कोष्टके तयार करून ठेवावी. आपल्या सिद्धान्तामध्ये "स्पर्शरेषा" हें परिमाण स्वतंत्र असें स्वीकारलेलें नाहीं. भुजज्येला कोटिज्येचें मागिलें असतां भागाकार येतो ती स्पर्शरेषा होते. स्पर्शरेषेला इंग्लिशमध्ये Tangent

म्हणतात, आणि कोटिज्या ÷ भुजज्या ह्या उलट परिमाणाचा "को. स्पर्श" Co-tangent म्हणतात. भुजज्या, कोटिज्या, आणि स्पर्शरेशा ह्या तीन परिमाणांचीच कोष्टकें फार अवश्य म्हणून त्यांची रचना कशी करावी तें १५, १६, ३०, ३१ ह्या श्लोकांत सांगितले आहे.) ।

(श्लोक १६) ह्या प्रमाणें पहिलें ज्यार्ध २२५' (कला) ह्यांनी गत-ज्यार्ध-कलांना भागून जो भागाकार येईल, तो त्या गत-ज्यार्धांच्या अन्तरांत वजा करून जी बाकी राहिल ती गत-ज्यार्धकलांमध्ये मिळवावी म्हणजे त्या पुढील ज्यार्ध निष्पन्न होतें.

स्पष्टीकरण:—ह्याची सयुक्तिक उपपत्ति पाश्चात्य ग्रंथकार देत नाहीत. त्यांनी उडवा उडवीच केली आहे. बरील श्लोकांतील नियमांची उपपत्ति आम्ही वर दिलीच आहे, परंतु १५, १६ श्लोकांतील नियम इंग्लिश पद्धतिप्रमाणें मांडला पाहिजे तो असा:—

$$\sin (n+1 \cdot 225) - \sin (n \cdot 225) = \sin (n \cdot 225) - \sin (n-1 \cdot 225) - \sin \frac{n \cdot 225}{225}$$

म्हणून रीति अशी बसली की:—

कोणत्याही दोन लगतच्या भुजज्या खण्डातील अन्तरांनं, त्यापैकी दुसऱ्या भुजज्येला भागवें, आणि जो भागाकार येईल तितक्या कला पूर्वीच्या अन्तरातून वजा कराव्या म्हणजे दुसऱ्या भुजज्येच्या पुढील (तिसऱ्या) भुजज्येचे अन्तर सिद्ध झालें. हे त्या दुसऱ्या भुजज्येत मिळविले म्हणजे पुढील तिसरी भुजज्या तयार झाली. हाच क्रम शेवटपर्यंत आहे.

उदाहरणार्थ:—शून्यास भुजज्या ० आणि पहिलें खण्ड २२५' ह्या लगतच्या दोन भुजज्यांचें अन्तर २२५' कला आहे. म्हणून २२५' + २२५ भागाकार १'; २२५' - १' = २२४' हें अन्तर; म्हणून २२५ + २२४ = ४४९' ही दुसऱ्या विभागाची म्हणजे ७॥ अंसाची भुजज्या झाली. पुनः ४४९' ÷ २२४ (मागील अंतर) = २ भागाकार आणि २२४ - २' = २२२ हें नवीन अंतर म्हणून २२२ + ४४९' = ६७१' कला हें तिसरें खण्ड. पुनः ६७१ ÷ २२२ = ३; २२२ - ३ = २१९ हें अंतर + ६७१' = ८९०' ह्याप्रमाणें २४ खण्डांच्या भुजज्या तयार कराव्या.

स्पष्टीकरण:—कोणत्याही काटकोनाचे टोक मध्यकल्पून एक वर्तुळ काढलें असता त्या वर्तुळाचा $\frac{1}{2}$ तुकडा त्या काटकोनांत समाविष्ट होईल. ह्या चतुर्थांश-वर्षांत कोठेंहि एक बिन्दू घेऊन तो बिन्दू आणि काटकोनबिन्दू हे सरळ सरळ रेंपेने जोडावें आणि तेथून काटकोन रेषांवर लंब काढावें म्हणजे भुजज्या, कोटिज्या कोणत्या तें समजेल.

* तत्वाश्विनोद्भवा-विधकृता, रूपभूमिधरर्तवः ॥

साङ्काटी पञ्चशून्येशो भाणरूपगुणेन्दवः ॥ १७ ॥

• ह्याचें कोष्टक पुढे दिलें आहे.

६. सि....६

शून्यलोचनपञ्चैकास्त्रिच्छद्रूपमुनीन्दवः ॥
 वियच्चन्द्राति-धृतयो गुणरन्ध्राम्बराश्विनः ॥ १८ ॥
 मुनिपदयमनेत्राणि चन्द्रामि-कृतदस्रकाः ॥
 पञ्चाष्ट-विपयाक्षीणि कुञ्जराश्वि-नगाश्विनः ॥ १९ ॥
 रन्ध्रपञ्चाष्टकयमा वस्वद्रथङ्क-यमास्तथा ॥
 कृताष्टशून्यज्वलना नगाद्रिशशिवन्हयः ॥ २० ॥
 पदपञ्चलोचनगुणाश्वन्द्रनेत्रामिवह्वयः ॥
 यमाद्रिवह्विज्वलना रन्ध्रशून्यार्णवामयः ॥ २१ ॥
 रूपाभिसागरगुणावस्वमिकृतवह्वयः ॥
 प्रोज्झ्योत्क्रमेणव्यासार्धादुत्क्रमज्यार्धपिण्डकाः ॥ २२ ॥
 मुनयो रन्ध्रयमला रसपदकामुनीश्वराः ॥
 ऋष्टैका रूपपद्दस्ताः सागरार्थहुताशनाः ॥ २३ ॥
 खर्तुपेदा नवाग्र्यर्था दिङनगास्व्यर्थकुञ्जराः ॥
 नगाम्बरवियच्चन्द्रा रूपभूचरशङ्कराः ॥ २४ ॥
 शरार्णव-हुताशिका भुजङ्गाक्षिशरेंदवः ॥
 नवरूपमहीध्रेका गजैकाङ्कनिशाकराः ॥ २५ ॥
 गुणाश्विरूपनेत्राणि पावकाभिगुणाश्विनः ॥
 वस्वर्णिवार्थयमलास्तुरङ्गर्तुनगाश्विनः ॥ २६ ॥
 नवाष्टनवनेत्राणि पावकैकयमामयः ॥
 गजाभिसागरगुणा उत्क्रमज्यार्धपिण्डकाः ॥ २७ ॥
 गताद्भुलज्या विपमे गम्यात्कोटिः पदेभवेत् ॥
 युग्मेतुगम्याद्वाहुज्यात्कोटिज्यातुगतार्द्धवेत् ॥ ३० ॥
 + लिप्सास्तत्रयस्यैर्मक्तालवधुंज्यापिण्डकंगतम् ॥
 गतगम्यान्ताभ्यस्तं विभजेत्तत्त्वलोचनैः ॥ ३१ ॥
 तदवामफलंयोज्यंज्यापिण्डेगतसञ्ज्ञके ॥
 स्यात्क्रमज्याविधिरयमुत्क्रमज्यास्वापिस्मृत ॥ ३२ ॥

+ ह्याचें भाषान्तर त्रिपदानुरोधानें पृष्ठ ४० मध्ये श्लोक १५ ह्याच्या भाषान्तरापुढें आलें आहे त्यात ज्या खण्डान्तरित भुजज्या काढण्याची रीति दिली आहे तीच उक्ताभ्ये-सहि लागू आहे.

पूर्वी अशादि चापा (arc) पासून अथवा धनुपासून दोज्या (sine) कशी काढावी हें सांगितलें आता दोज्यांपासून त्या दोज्यांचें धनु (arc) कसे काढावें हें सांगतात. ती पद्धति साध्या त्रैाशिकाचीच आहे.

ज्यां प्रोज्झ्यशेषंतत्त्वाश्विहतंतद्विधरोष्टतम् ॥

सङ्ख्ययातत्त्वाश्विसंवर्गे संयोज्य धनुरुच्यते ॥ ३३ ॥

जी दोर्ज्या दिली असेल तिच्यामध्ये जितकी ज्या-खण्डे वजा जात असतील तितकी करावी [म्हणजे दोर्ज्या खण्डांचे कोष्टक पाहून इष्ट दौर्ज्येक्षा कमी दोर्ज्या कोणती आणि जास्त कोणती ते पाहून तीं चापे माडून ठेरावीं] नंतर कमी दोर्ज्या (१) इष्ट दोर्ज्येत्न वजा करून किंवा इष्ट दोर्ज्या अधिक (२) दोर्ज्येत्न वजा करून बाकी राहिल तिला २२५' ह्या चाप खण्डाने गुणावे आणि (कमी आणि जास्त) दोर्ज्या-खण्डातील अंतराने भागावे, त्याचे उत्तर कलादि येईल, ते इष्ट दोर्ज्या अधिक असल्यास कमी असलेल्या चाप खण्डांत मिळवावे (उलट पर्यायी) पुढील चाप खण्डातून वजा करावे म्हणजे इष्ट धनु येईल.

स्पष्टीकरणः—प्रत्येक चाप-खण्ड २२५' कलाचे मानल्याने दोन दोर्ज्या खण्डांतील अंतराला जर २२५' चाप खण्ड तर इच्छित अंतराला किती ?
 ह्याप्रमाणे त्रैराशिक माडल्यावर

इच्छित दोर्ज्यान्तर \times २२५ - दोर्ज्या खण्डातील अन्तर

अशी रीति निष्पन्न झाली

पूर्वी श्लोक २७ चे भाषान्तर दिले व त्यानंतर २८।२९ हे श्लोक तेथे सदर्म एकदम बदलतो म्हणून सोडून त्रिकोणाचा विषय साधारणतः पुरा केला तेव्हा आतां श्लोक २८।२९ हे वेळ २८ श्लोकांमध्ये सूर्याची क्रान्ति इच्छित दिवसाची कशी ठरवावी ते सांगतात -

परमापक्रमज्या तु सप्तर्न्ध्रगुणेन्दवः ॥

तद्गुणा ज्या त्रिजीवासा तचापं क्रान्तिरुच्यते ॥ २८ ॥

ग्रहं संशोध्यमन्दोचात्तथाशीघ्राद्विशोध्यच ॥

शेषकेन्द्रपदं तस्मात् भुजज्या कोटिरेवच ॥ २९ ॥

सूर्याची परमक्रान्ति (ल० ज्यास्तीत ज्यास्त क्रान्ति) २४ अंश असल्याने तिची दोर्ज्या १३९७ कला होते. म्हणून रविभोगाच्या दोर्ज्येला परमक्रान्तिज्येने (१३९७ कलानी) गुणून त्रिज्येने भागावे म्हणजे इष्टक्रान्तिची दोर्ज्या येईल, तिचे धनु (arc) करावे तीच इष्ट क्रान्ति होते.

स्पष्टीकरणः—आकाशातील विषुववृत्तापासून दक्षिणेकडे किंवा उत्तरेकडे स्पष्ट सूर्यापर्यंतचे जें लम्बचापात्मक अन्तर ती क्रान्ति सूर्य हा वर्षांताळ दोन दिवस खेरीज करून बाकीचे ३६३ दिवस विषुववृत्ताच्या उत्तरेस सहा महिने, आणि नंतर दक्षिणेस सहा महिने ह्याप्रमाणे असतो (मार्च २०।२१ आणि सप्टबर २२।२३ ह्या दिवसाचे समारस मात्र एकेकच दिवस तो विषुववृत्तावर येतो म्हणून त्या दिवशी मात्र क्रान्तिशून्य होते नंतर तो उत्तरेस किंवा दक्षिणेस गेला म्हणजे सूर्यापासून विषुवापर्यंत चापरूपाने लम्ब काढावा. ह्या लम्बा-

च्या अनुरोधानें विषुवापासून सूर्यार्पणेंतचें जे अंशात्मक अन्तरः तीच स्पष्टक्रान्ति ता. २२जून आणि २२डिसें.चे सुमारास सूर्य ज्यास्तीतज्यास्त उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असतो हिला परम क्रान्ति म्हणतात. प्राचीन काळीं परम क्रान्ति जवळ जवळ २४° अंश होती. हल्लीं फक्त २३ अंश २७' कला आहे. म्हणून परम क्रान्ति आतां तितकीच मानली पाहिजे. ह्या लोकांतहि इष्ट क्रान्ति-साधनासाठीं त्रैराशिकाचाच उपपोग केला आहे तो असाः—त्रिज्येइतक्या अंतरास : जर परम क्रान्तिची दोर्ज्या : ; तर इष्ट अंशाना किती? त्यामुळे, परम क्रान्तिज्या \times इष्ट भोग—दोर्ज्या \div त्रिज्या अशी उपपत्ति सिद्ध झाली.

आतां मध्यम ग्रहापासून स्पष्ट ग्रह करण्याची पद्धति सांगतात; त्याला स्पष्ट ग्रह साधन म्हणतात, त्याकरितां कांहीं प्रास्ताविक माहिती सांगणें अवश्य आहे. वस्तुतः पृथ्वी सूर्याभोवती फिरत असताहि ज्याप्रमाणें सूर्यच पृथ्वी भोवती फिरतो असें आपण सोईकरितां समजतो व प्रत्यक्ष भासहि तसाच होतो; त्याप्रमाणें धुध, शुक्र हे पृथ्वी व सूर्य ह्यांच्यामध्यें असणारे (म्हणून अन्तर्वर्ती) ग्रह; आणि मंगळ, गुरू, शनि, युरेनस (हशेल) नेपच्यून इत्यादि बहिर्वर्ती ग्रह हे सुद्धां वास्तविक सूर्याभोवती फिरतात, असें असूनहि ते आपल्या पृथ्वीभोवतीच फिरत आहेत असा आपल्यासं भास होतो. म्हणून आपल्या इकडे आणि त्याचप्रमाणें आधुनिक पाश्चात्य पद्धतीतहि ह्या सूर्याभोवतीं ग्रहांची दोन स्थानें सांगण्याचा प्रघात आहे. पहिलें रविमध्यानुवर्ती (Heliocentric) म्हणजे सूर्यावरून पाहणारास जेथें ग्रह दिसेल तें स्थान; आणि दुसरे पृथ्वीवरून जेथें ग्रह प्रत्यक्ष दिसेल तेंच स्थान. ह्याला ग्रहाचें भूमध्यानुवर्ती (Geocentric) किंवा स्पष्ट स्थान म्हणतात. म्हणून ग्रह स्पष्टीकरणाचें गणित दोन प्रकारचें असतें. रविमध्यानुवर्ती स्थानाला आपल्या प्राचीन ग्रंथांत मन्द-स्पष्ट-स्थान म्हटलें आहे. मन्द-स्पष्ट म्हणजे रवि मध्यस्थान. दुसऱ्या प्रकारच्या गणिताला स्पष्ट ग्रहगणित म्हणतात. अर्थात् आपल्या ग्रंथकारांनीं ग्रहाच्या फिरण्याच्या मार्गाला रविमध्य, आणि भूमध्य गणिताची जी पुस्तिका जोडली आहे तिचें स्पष्टीकरण करूं. ही पुस्तिका पाश्चात्य गणितांतहि आहेच. फरक इतकाच की, आपलें ग्रंथकार ग्रहदक्षा वर्तुलाकार मानतात, आणि पाश्चात्य दीर्घवर्तुलाकार मानतात. तथापि फलामध्यें अगदींच थोडा फरक आहे. ह्याचें मुख्य कारण आधुनिक वेद्याप्रमाणें परम रवि मन्दफल १° ५५' आहे तें आपल्या ग्रंथांत २° १०' म्हणजे सुमारे १५' फलांनीं ज्यास्त मानलें आहे; प्राचीन ग्रंथांत सांगितलेल्या इतकें तें पूर्वी होतें हें मात्र खरें. त्यामुळे सिद्धान्तकारांना दोष देणें योग्य नाहीं व शक्यहि नाहीं. १° ५५' अंश किंवा प्राचीन मताप्रमाणें २° १०' ह्याला परम मन्दफल म्हणतात. हें चापामक आहे म्हणून ह्याला दोर्ज्या (Sine) असावयाचीच.

सर्व ग्रह सूर्याभोवतीं फिरतात, परंतु सूर्यच पृथ्वीभोवतीं फिरतो असें क्षणभर मानलें पाहिजे. सूर्याची नक्षत्र प्रदक्षिणा ३६५ दिवस १५ घट्टि २३ पळे इतक्या कालांत पूर्ण होते. असें जरी आपण म्हटलें, तरी कोणत्याहि पद्धतीचें पंचांग पाहिलें असतां अचिन्या-रंभापासून रेवत्यंतापर्यंतची रवि प्रदक्षिणा इतक्याच अवधिमध्यें पूर्ण होतें असें मात्र

नाहीं. कारण ज्योतिषशास्त्रांत प्रत्यक्ष-वेधानुरोधाअन्वये आधारलेल्या नियमानें जेवढी निश्चितता येते तेवढीच खरी. तुमच्या मध्यम मानांला प्रत्यक्ष सूर्य नेहमीं विचारीलच असें नाहीं. मध्यम मान हें गणिताला आवश्यक आहे, अशाच दृष्टीनें मानावयाचें; मध्यममानांला दृक्प्रत्यय नाहीं. कारण मध्यममान म्हणजे शैपनास वर्षांच्या प्रत्यक्ष अनुभवाची सरासरी आहे.

प्रत्येक ग्रहाच्या नाक्षत्रप्रदक्षिणेचा काल मध्यम मानानें जो निश्चित केलेला आहे, त्यालाच प्रदक्षिणा काल (Periodic Time) म्हणतात; त्या प्रदक्षिणा कालाला अनुसरून इष्ट दिवसाच्या इष्ट वेळेचा मध्यम ग्रह त्रैराशिकानें काढला तर त्याचें जें मध्यम मानाचें स्थान असेल. तेंच तो आकाशांत दिसेलच असें मात्र नाहीं. कारण मध्यम मान हें सरासरीचें मान आहे. गणिताचें नव्हें. दररोज किंवा शक्य तितक्या वरचेवर ग्रहाचा वेध घेऊन त्याचें प्रत्यक्ष स्थान आणि वेधाचा समय असें टांचण अनेक ज्योतिषी ठेवतात. आणि खऱ्या ज्योतिषप्रेमी विद्वानांनें तें ठेविलें पाहिजे. मध्यम ग्रहाची दैनिक गति ही सरासरीनेंच ठरली असल्यानें नेहमीं कायम असते. परंतु स्पष्ट म्हणजे प्रत्यक्ष ग्रहाची गति कांहीं दिवस (किंवा महिनें) सतत वाढती, आणि कांहीं दिवस (किंवा महिनें) सतत घटती, अशी असल्यानें प्रतिदिवशी भिन्न असते. कांहीं थोडें दिवस तर तिज्यांत अगदीं अल्प वाढ किंवा घट होत असते. ह्यामुळे निरीक्षण करणाऱ्या ज्योतिष्यांच्या प्रत्यक्ष अनुभवाच्या टांचणावरून प्रत्येक ग्रहाची अत्यंत मन्द गति आणि अत्यंत शीघ्र गति ह्यांच्यामुळे, मध्यम गतिनें आणि प्रत्यक्ष गतिनें येणाऱ्या त्यांच्या स्थानांत ज्यास्तीत ज्यास्त फरक किती अंश-कला पडतो त्याचा आंकडा निश्चित झाला आहे. हा आंकडा रवि मध्य मानून सिद्ध केला म्हणजे त्याला परम मन्दफल म्हणतात, आणि भूमध्य मानून तसा दुसरा एक आंकडा सिद्ध केला म्हणजे त्याला परम शीघ्र फल म्हणतात.

ह्या दोन्ही फलाचे आकडे भिन्न आहेत; आणि त्या फळांचें कार्यहि भिन्न आहे, मात्र आंकडे सिद्ध करण्याची रीति जवळजवळ एकच. परम मन्द फल, आणि परम शीघ्र फल ह्यांचे आंकडे पुढें ३४।३५।३६।३७ ह्या श्लोकांत सांगितले आहेत. चंद्र हा पृथ्वी-भोवती आणि पृथ्वी ही रवि भोवती फिरत असल्यानें चंद्र आणि रवि ह्यांच्या स्पष्टीकरणाला शीघ्र फलाची जरूर नाहीं. कारण तेथें रवि मध्य, मूमध्य असा भेद नाहीं. परम मन्दफल आणि शीघ्रफल ह्यांचे अंश चाप—(Arc)—रूप असल्यानें त्यांची दोर्ज्या करून तिला अनुसरून सिद्धांतकारांनीं गणितासाठीं मंद फलावरून येणारे वर्तुळ आणि दुसरे शीघ्र फलावरून येणारे वर्तुळ अशी दोन वर्तुळे कल्पिली, आणि त्यांना मन्दपरिधि, आणि शीघ्रपरिधि अशीं नावे दिलीं. मन्द फल पद्धतिच्या गणितांत व तसेंच “ शीघ्र ” फल गणितांतहि दोन विन्दूरपानें उद्भवतात. त्यांना अतृकमे मन्दोच्च आणि शीघ्रोच्च म्हणतात.

परंतु वास्तविक दृक् प्रत्ययास येणारी आणि वेधामध्ये प्रत्यक्ष अनुभवास येणारी उच्चें मन्द फल पद्धतीतच आहेत. त्यांना इंज्रीमध्ये Aphelion, व Perihelion, किंवा Apogee, आणि Perigee अशी नावे आहेत. मन्दोचाच्या स्थानी मंदफल शून्य असते म्हणून मन्द फल व शीघ्र फल ही ज्याप्रमाणे कमी ज्यास्त असतील त्याप्रमाणे त्यावरून येणारे परिधिहि कमज्यास्त येतील त्यांसच स्फुट परिधि म्हणतात.

ह्याप्रमाणे मध्यम प्रदक्षिणा काल, मध्यम ग्रह, स्पष्ट ग्रह, मन्द-फल, परम-मन्द-फल, शीघ्र-फल, मन्द परिधि, शीघ्र परिधि, आणि स्फुट-परिधि ह्या संज्ञांच्या अर्थांचे सामान्यतः स्पष्टीकरण झाले.

(श्लोक २९) मंगल, गुरु, शनि हे मध्यम ग्रह मन्दोचाच्या अंशातून वजा करावे, आणि बुध, शुक्र हे शीघ्रोचाच्या अंशातून वजा करावे. म्हणजे जी बाकी राहिल तिला केन्द्र ही संज्ञा प्राप्त होते. मन्द केन्द्राची दोर्ज्या (Sine) आणि तशीच कोटिज्या (Co-Sine) ही काढून ठेवावी.

स्पष्टीकरण:—मागे श्लोक १५।१६ ह्यांचे स्पष्टीकरण केले तेव्हां सांगितलेच आहे की, वर्तुळाचे व्यास—रेषांनी समान चार भाग केले असता वर्तुळाच्या प्रत्येक चतुर्थांश परिधामध्ये ९० अंश असतात आणि त्याच्या सीमारूप त्रिज्याच्या रेषामुळे वर्तुळ मध्याच्या ठिकाणी काटकोन होतो; ह्या परिध चतुर्थांशाचा काटकोन-परिधांश म्हणतात. किंवा इंज्रीमध्ये Quadrant असे म्हणतात. प्राचीन सिद्धांतांत ह्यांना “ पद ” असे नांव आहे.

कोणत्याहि कोनाची दोर्ज्या त्याच्या पूरक कोनाच्या कोटिज्येशी समान असते. त्यामुळे—(श्लोक ३०) पहिल्या पदातील (ह्या Quadrant मधील) परिधांशाची जी दोर्ज्या तिचेच जे चाप त्याला “ भुज ” असे नांव आहे.

[म्हणून वर्तुळ विभाग किंवा चाप याचे अंश ९०पेक्षा कमी असल्यास तोच भुज होतो हा नियम ठरला. हा नियमहि फार महत्त्वाचा आहे]

दुसऱ्या पदामध्ये (म्ह० Quadrant मध्ये) परिधिविभाग अर्थात्च (पहिला विभाग धरून) ९० अंशापेक्षा जास्त असतो. त्यामुळे त्याची दोर्ज्या, आणि १८०—परिधिविभाग ह्यांची (वजावाट होऊन जो परिधभाग गम्य म्हणजे शिष्टक राहते त्याची) दोर्ज्या ह्या अगदी सारख्या असतात. ह्यामुळे दुसरा नियम असा ठरला की, द्वितीय पदामध्ये १८० उणे गतविभाग=गम्य (शिष्टक) भाग तोच भुज, आणि त्याची भुजज्या ती दोर्ज्या. आतां तिसऱ्या पदामध्ये (Quadrant मध्ये) दोर्ज्या “गत” भागापासून साधावयाची; म्हणून इष्ट परिधातून १८० वजा करून “भुज” सिद्ध करितात. आणि चौथ्या पदामध्ये (Quadrant मध्ये) पुनः दुसऱ्या पदाप्रमाणे गम्य (३६०—परिधांश) हा भुज “भुज” होतो.

कोटिज्येचा प्रकार ह्याच्या उलट आहे. तें १ ले, व ३ रे ह्या पदामध्ये गम्य म्हणजे शिष्टक जो भाग (अर्थात् ९०—परिधांश किंवा परिधांश-१८०) त्या पासून

कोटिज्या आणतात. आणि २ रे व ४ ये ह्यात गत म्हणजे प्रत्यक्ष परिघाशाचा जो भाग त्यापासून कोटिज्या आणतात.

श्लोक ३४-३७ आतां मन्दफल आणण्यासाठीं मन्दपरिधि सांगतात.

स्वेर्मन्दपरिध्यंशा मनवः शीतगो रदाः ॥

युग्मान्ते विपमान्तेच नखलिप्तोनितास्तयोः ॥ ३४ ॥

सम अथवा युग्मपदामध्ये रविचे परिघाश १४; व चन्द्राचे ३२; आणि विपमपदामध्ये रविचे १३° ४०' इतके आणि चन्द्राचे ३१° ४०'.

स्पष्टीकरण:—परम मन्दफल हे घर लिहिल्याप्रमाणे वेधानें ठरविलेले असतें त्यामुळे निरनिराळ्या आचार्यांच्या प्रथात मन्दपरिध्यंशात केव्हां केव्हां थोडा फरक आढळतो. परम मन्दफलांच्या किंवा परम शीघ्रफलांच्या दोज्येस अन्त्यफलज्या म्हणतात.

रविचा किंवा चन्द्राचा केन्द्रभोग ९० अशा झाला म्हणजे त्या सुमारास त्यांचें मन्दफल अत्यतिक म्हणजे परममन्द—फलाइतकें होतें. अन्त्यफलज्येस ३६० नें गुणून त्रिज्येनें मागिलें म्हणजे परिध्यंश निष्पन्न होतात.

युग्मान्तेऽर्थाद्रयः खानीसुराः सूर्यानवार्णवाः ॥

ओजे ब्रगावसुयमारदारुद्रा गजाब्धयाः ॥ ३५ ॥

समपदान्ती बुध, शुक्र ह्यांचें मन्दपरिध्यंश अनुक्रमे ३०, आणि १२ अशा, आणि विपमपदान्ती २८ आणि ११ आहेत. त्याच प्रमाणें मंगळ, गुरू व शनि यांचें परिध्यंश समपदान्ती ७५, ३३, आणि ४९; आणि विपमपदान्ती ७२, ३२ आणि ४८ असे आहेत.

आतां शीघ्रपरिध्यंश सांगतात.

कुजादीनामतः शैध्यायुग्मान्तेऽर्थाग्निदत्तकाः ॥

गुणाग्निचन्द्राः खनगाद्विरसाक्षीणिगोऽग्रयः ॥ ३६ ॥

ओजान्ते द्वित्रियमला द्विविश्वे यमपर्वताः ॥

खर्जुदत्ता वियद्वेदाः शीघ्रकर्मणि कीर्तिताः ॥ ३७ ॥

बुधादि पंच ग्रहांचें शीघ्रपरिध्यंश समपदान्ती बुध १३३, शुक्र २६२, (मंगळ) २३५, गुरू ७०, शनि ३९, ह्याप्रमाणें आणि विपमपदान्ती अनुक्रमे बु. १३२, शु. २६०, मंगळ २३२, गु. ७२ आणि शनि ४० ह्याप्रमाणें परिध्यंश आहेत.

स्पष्टीकरण.—हे परिध्यंश त्रिज्ये इतक्या केन्द्र—भोगाचे आहेत. ग्रहांच्या केन्द्राचा भोग त्या पेशा कमी असल्यास त्रैराशिकानें इष्ट भोगाचे परिध्यंश आणले पाहिजेत.

आतां विपम आणि सम पदातील परिध्यंशांत जी भिन्नता आहे ती काढून टाकण्याची म्हणजे परिध्यंश स्फुट करण्याची रीति सांगतात:—

ओजयुग्मान्तरगुणा भुजज्या त्रिज्ययोद्धता : ॥

युग्मवृत्ते धनर्णस्यादोजादूनाधिके स्फुटम् ॥ ३८ ॥

श्लोक ३८ इष्ट केंद्रांशांच्या भुजज्येला दोन्ही प्रकारच्या परिध्यंशांच्या अंतरानें गुणावें आणि त्रिज्येनें भागावें. भागाकाराचें रूपानें जें फल (ज्याला लब्धि म्हणतात तें) येईल त्याचा परिध्यंशाना संस्कार करावा; म्हणजे विपमपेक्षा समपरिध्यंश कमी असतील तर तो कमी बाजूंत (समपरिधीत) मिळवावा, आणि विपम परिधि जर कमी असेल तर ज्यास्त बाजूंतून (म्हणजे समपरिध्यंशांतूनच) वजा करावा.

स्पष्टीकरण:—ह्यांत तत्व हे आहे कां जो परिधि ज्यास्त असेल तो प्रमाणानें कमी करावयाचा, लघुवा कमी असेल तो प्रमाणानेंच ज्यास्त करून समता आणावयाची. परंतु हे करण्याची रीति त्रैराशिकाचीच आहे, ती अशी:—

त्रिज्येस : जसें अमुक परिध्यंतर :: तसें इष्ट केंद्रज्येस किती : येईल तें फल.

म्हणून परिध्यंशान्तर \times केंद्रज्या \div त्रिज्या. ही रीति निष्पन्न झाली.

ज्यास्तांत ज्यास्ती जें मन्दफल किंवा शीघ्रफल त्याच्या अंशांची जी दोज्यां तिला अन्त्य फलज्या म्हणतात हें वर सांगितलेंच आहे. आपल्या सिद्धान्तामध्ये प्रहकक्षा वर्तुळाकार मानल्या आहेत. परंतु स्वकक्षेमध्येहि प्रहाची गति सर्वदा सारखी नसते. हा सिद्धान्त आपल्या शास्त्रज्ञांनी स्वीकारल्या कारणानें कक्षा दीर्घवर्तुळाकार मानल्या प्रमाणेंच झालें. आधुनिक पाश्चात्य ज्योतिष्यांनी प्रहकक्षा दीर्घवर्तुळाकार ठरविल्यामुळे त्यांना प्रहगति कमीज्यास्त मानणें प्राप्तच झालें. आमच्या सिद्धान्तकारांनी प्रहगतिक मुळांत कमज्यास्त मानल्या त्यामुळे उभयताभ्या फलात तत्त्वतः भिन्नता उरली नाही. किंचित् जी भिन्नता आहे तिचें, सिद्धान्तिक मन्दफले आणि आधुनिक मन्दफले ह्यांतच थोडा फरक आहे हें एक कारण, आणि दुसरें कारण आधुनिक गणितांतील क्रमसन्निकर्ष पद्धति हें होय.

आतां मन्दफल काढावयाचें तें असें:—

तद्गुणेभुजकोटिज्येभगणांशविभाजिते ॥

तद्भुजज्याफलधनुर्मान्दंलिप्तादिकफलम् ॥ ३९ ॥

केंद्राची भुजज्या आणि कोटिज्या ह्यांना स्फुटपरिध्यंशांनी अनुक्रमानें गुणावें आणि प्रत्येक गुणाकारास ३६० अंशांनी भागावें म्हणजे भुजज्येपासून भुजफल आणि कोटिज्येपासून कोटिफल निघते. त्यापैकी भुजफलासच मन्दफल म्हणतात.

स्पष्टीकरण:— ३६०° : जसें स्फुटपरिध्यंशाना :: तसें केंद्रज्येला : भुजफल म्हणून स्वपरिध्यंश \times केंद्रभुजज्या \div ३६० = भुजफल हें उत्तर आलें. परमफलज्या म्हणजे अन्त्यफलज्या आणि त्रिज्या ह्यांचा जो संबंध तोच इष्टपरिधि आणि ३६०

अंश ह्यांचा असल्याने स्फुटपरिधिच्या ठिकाणी अन्यफलज्या आणि ३६० च्या जागी त्रिज्या लिहिली तरी परिणाम एकच होतो म्हणून

$$\frac{\text{अन्यफलज्या} \times \text{इष्टकेन्द्रभुजज्या}}{\text{त्रिज्या}} = \text{मन्दफल.}$$

ही सारणि मन्दफलाची सिद्ध झाली. मंदफलाचा इंप्रजॉत-इकेशन ऑफ दि सेण्टर (Equation of the Centre) म्हणतात.

प्रहाची मन्दगति किंवा त्वरितगति ही त्याचे उच्चापासून जितके अन्तर असेल त्या अन्तरावर अवलंबून असते, ह्या अन्तरासच केन्द्र हें नांव आहे. रवि-मध्य स्पष्टीकरणात फक्त मन्द केन्द्राचीच आवश्यकता असते. हें अंतर अथवा मन्द केन्द्र (M. Anomaly) त्रिज्येइतके (तीन राशी) झाले म्हणजे प्रहाच्या मन्दफलाची परमावधि होते. परंतु त्याच वेळी प्रहाची गति अतिशय त्वरित असते असें मात्र नव्हे. परमोच्च स्थानी (म्हणजे सूर्यापासून अतिशय दूर) ग्रह गेला म्हणजे त्याची गति अतिशय मन्द होते; आणि तो सूर्याच्या जवळ म्हणजे नीचोर्ची (Perihelion मध्ये) गेला म्हणजे तो फारच जोरात पुढे जातो. ही सर्व संकलित गति म्हणजेच मन्दफल होय. परमोच्च-स्थानी प्रहाची गति मध्यम गतिपेक्षा कमी असते. म्हणून तेथून गतिफल ऋण असते आणि नीचोर्ची मध्यम गतिपेक्षा गति अधिक म्हणून तेथून गतिफल धन असते. ज्या ठिकाणी मन्दफल शून्य त्या ठिकाणी गतिफल धन किंवा ऋण परंतु ते ज्यास्तीत ज्यास्त असते. आणि ज्या ठिकाणी मन्दफल आत्यंतिक, तेथे गतिफल शून्य. म्हणून मन्दफल हे भुजज्येशी प्रमाणबद्ध आणि गतिफल कोटिज्येशी प्रमाणबद्ध आहे असें सिद्ध होते.

इंप्रजी पद्धतीत अन्यफलज्येच्या ऐवजी अन्यफलच घेतात; पण “ भुजज्या ” घेतली किंवा फल घेतले तरी परमफलाच्या दृष्टीने एकच. सिद्धान्तोक्त रविके परमफल २° १०' आणि आधुनिक परमफल १° ५५' असल्यामुळेच रवि भोगांत फरक पडतो; म्हणून आतां दृष्ट फलाकरितां परमफल १° ५५' हेंच घेतले पाहिजे.

कोटिफलाची सारणि त्याचप्रमाणे

$$\text{अन्यफलज्या} \times \text{केन्द्र कोटिज्या} - \text{त्रिज्या} = \text{कोटिफल.}$$

सिद्धान्त गणितातहि दीर्घवर्तुळीय कक्षा परिणामतः कशी मानली जाते तें पाहू. “ ग्रह ” ज्या कक्षा वृत्तात फिरतो त्याचा मध्यबिन्दू क आहे. पृथ्वीवरून पाहणाराला ग्रह दिसतो त्याचे वर्तुळाचा मध्यबिन्दू भू आहे. क येथून ग्रह ज्या ठिकाणी दिसेल त्यापेक्षा भू-प्र-क ह्या कोनाइतक्या फरकाने तो भू ह्या ठिकाणाहून दिसेल. म्हणून भू-प्र-क हें शीघ्रफल आणि भू-प्र हा शीघ्रकर्ण. + भूवर्तुळ आणि कक्षावर्तुळ ह्या दोहोंच्या संमेलनाने जी आकृति निर्माण झालेली दिसते ती (परिणामत.) दीर्घवर्तुळाप्रमाणे आहे. उच्च-उच्च ही रेखा हा त्याचा महत्-अक्ष (म्हणजे Axis major). भू आणि क हे

१। बिन्दू दोन जामिशी (Foot शी) साम्य पावणारे असे आहेत. उच्च बिन्दूपासून प्रहापर्यंत जें परिघ-खण्ड अथवा चाप तेंच इष्टकेन्द्र; म-ज्या ही त्याची दोर्ज्या; (Sine); क-ज्या ही केन्द्र कोटिज्या; आणि म-क रेखा ही अन्त्यफलज्या आहे.

आतां म-म-जी कर्णरेखा तिची निष्पत्ति.—आकृतिवरून पाहिल्यास म-ज्या रेखा ही म-क+क-ज्या ह्याचे बरोबर आहे. म्हणून (अन्त्यफलज्या+कोटिज्या)^२ + केन्द्रदोर्ज्यावर्ग=कर्ण (म-मह) वर्ग म्हणून अन्त्य फलज्या + कोटिज्या ह्यांच्या वर्गांत केन्द्र दोर्ज्याचा वर्ग मिळवून त्यांच्या बेरजेचे वर्ग मूळ काढलें असतां म-म कर्णाची किंमत येईल.

मह हा उलट वाजूस * ह्या ठिकाणीं असेल तर (कोटिज्या-अन्त्यफलज्या) वर्ग + केन्द्र दोर्ज्या वर्ग=कर्ण वर्ग असे समीकरण निघते. तेंच 'को-क' ही कोटिज्या आणि * म-को ही दोर्ज्या आहे.

म-दो ही महकेन्द्र दोर्ज्या
 प-दो ही महकेन्द्र कोटिज्या
 मू-प ही प्रतिवृत्त त्रिज्या
 प-मह ही अन्त्यफलज्या.
 मू-मह हा शीघ्रकर्ण
 * हे स्पष्ट प्रहाचे स्थान

सिद्धान्तकारांनीं मन्दफल आणि शीघ्रफल त्यांच्या साधनासाठीं एका विशिष्ट आकृति रचनेचा अवलंब केला आहे.

२। मू (घृष्णी) हा ज्याचा मध्यबिन्दु आहे तें वर्तुळ प-रि-ष ह्या परिवाने दाखविलें आहे.

१। मह ज्या मन्दपरिधिच्या (किंवा शीघ्रपरिधिच्या) घोरणानें फिरतो तो परिधि म-उच्च-दो-नी ह्या वर्तुळानें दाखविला असून प-महरेखा ही त्या वर्तुळाची त्रिज्या आहे. अन्त्यफलज्ये समान त्रिज्येनें तें वर्तुळ काढलें असल्यानें प-मह ही अन्त्य फलज्या आहे.

(१) मू-नी-उच्च ह्या रेपेचे दोन-भाग पडतात. एक मू-प ही मूर्वर्तुळ त्रिज्या आणि प-उच्च ही रेखा हा दुसरा.

(२) ह्या अखंड रेपेवर प्रहापासून दोर्ज्या काढल्यामुळें म-उ हें परिधितोळ चाप आणि

(३) { म-दो ही दोर्ज्या, तसेच
 { प-दो ही कोटिज्या

(४) मू-दो ही रेखा='मू-प' (त्रिज्या) +कोटिज्या

(५) दोर्ज्यावर्ग+कोटिज्यावर्ग=अन्त्यफलज्यावर्ग, ह्या किंमती निश्चित झाल्या.

आकृतिवरूनही मन्दफल साधन करितां येते. फक्त मन्दपरिधि अगोदर

श्लोक ३८ प्रमाणे स्फुट केला पाहिजे. आकृतिंत ग्रह—उच्च हें जें परिधिखण्ड तेंच भुजफल अथवा मन्दफल होतें. आतां त्याची निश्चिति अशी:—

जो संबंध किंवा जें गुणोत्तर दोर्ज्या आणि त्रिज्या ह्यांचें, तेंच मुजफल आणि परिधि ह्यांचें गुणोत्तर आहे. म्हणून

$$\frac{\text{भुजफल}}{\text{स्फुटपरिधि}} = \frac{\text{केन्द्रभुजज्या}}{\text{परिधि}}$$

$$\therefore \text{मुजफल} = \frac{\text{केन्द्रभुजज्या} \times \text{स्फुटपरिधि}}{\text{परिधि}}$$

फक्त सिद्धांतकारांनी परिधि ऐवजी ३६० अशांचा भाग दिला आहे. कारण मुजफल हें परिधांशात्मक आहे ह्याचेंच धनु म्हणजे मन्दफल

मन्दफल हें केन्द्र मेषादि (म्हणजे मन्दोच्चापासून मोजलेलें) असेल तेव्हां ऋण आणि तुलादि (नीचोच्चापासून) असेल तेव्हां धन असतें. (श्लोक ४५ पहा).

आतां शीघ्रफल साधन शीघ्र परिधिवरून सागतात.

- शैच्यंकोटिफलंकेन्द्रे मकरादौधनंस्मृतम् ॥
संशोष्यंत्तुत्रिजीवायां कर्कादौकोटिजंफलम् ॥ ४० ॥

शीघ्रफलाकरिता (शीघ्रपरिधिवरून) कोटिज्या काढावी. शीघ्रकेन्द्र मकरादि (२७० अंशापेक्षा अधिक) असेल तर कोटिज्या भूत्रिज्येत मिळवारी, आणि शीघ्रकेन्द्र कर्कादि (९० अंशापेक्षा अधिक) असेल तर कोटिज्या त्रिज्येतून वजा करावी म्हणजे (भू—उच्च रेखेवरील) काटकोनाची एक बाजू निष्पन्न झाली. दोर्ज्या अथवा भुजज्या ही दुसरी बाजू सिद्धच आहे.

स्पष्टीकरण:—आकृतीकडे लक्षपूर्वक पाहिल्यास (४) प्रमाणे 'भू—दो' ही काटकोनाची एक बाजू प—दो (कोटिज्या) आणि भू—प त्रिज्या ह्यांनी बनलेली दिसेल पण असाच शीघ्र परिधि उलट बाजूस घ हा मध्य कल्पून काढला तर त्रिज्येतून कोटिज्या वजा करून एक बाजू निष्पन्न करावी लागते. म्हणूनच कर्कादि केन्द्र असता कोटिज्या वजा करण्यास सिद्धान्तकारांनी सांगितले आहे.

ह्याप्रमाणे काटकोनाच्या दोन बाजू ठरल्यावर त्रिकोणाची तिसरी बाजू म्हणून कर्णाची किंमत $\text{Sin}^2 A + \text{Cos}^2 A = 1$ ह्या सूत्राप्रमाणे काढता येते त्या कर्णाच्या अनुरोधाने स्पष्टप्रदांचे स्थान * ठिकाणी दिसते "प" ह्या ठिकाणी मन्दस्पष्ट स्थान मानून प—ग्रह—भू हा कोन शीघ्रफल म्हणून निश्चित होतो.

तद्बाहुफलवर्गैक्यान्मूलं कर्णश्चलाभिधः ॥

त्रिज्याभ्यस्तंभुजफलंचलकर्णविभाजितम् ॥ ४१ ॥

लब्धस्य चापं लिप्तादिफलं शैष्ण्यमिदं स्मृतम् ॥
एतदाद्ये कुजादीनां चतुर्थे चैव कर्मणि ॥ ४२ ॥

म्हणून दोऱ्या वर्ग अधिक (त्रिज्या ± कोटि) वर्ग ह्यांची बेरीज करून तिचे वर्गमूळ काढले असतां शीघ्रकर्णाची निष्पत्ति होते.

शीघ्र दोऱ्येस त्रिज्येने गुणून शीघ्रकर्णाने भागिले असतां जो भागाकार येतो त्यावरून पुनः चापरूप कोन आणावा; ह्या चापास किंवा कोनास शीघ्रफल म्हणतात.

ह्या शीघ्रफलाचा मन्दस्पष्ट ग्रहांना संस्कार चीथ्या खेपेस केला म्हणजे तो ग्रह पूर्णपणे स्पष्ट होतो.

स्पष्टीकरणः—शीघ्र फल काढण्याचे कामी सिद्धान्तकारांनी त्रिकोण मितिमध्ये खरोखरच उत्कृष्ट प्राविण्य प्रदर्शित केले आहे. इतके असूनहि सिद्धोक्त रीति आधुनिक पाश्चिमात्य गणितापेक्षा पुष्कळच सोपी ठरते. त्यामुळे तिच्यात थोडी स्थूलता येईल. पण आधुनिक गणित पद्धतीने तिच्यातील सोपेपणा न घालविताहि ती सूक्ष्म करता येईल.

पाश्चात्य गणिताप्रमाणे p —ग्रह— m ह्या त्रिकोणांत p — m हा चलकर्ण (Radius Vector) आहे. p त्रिदूतील बाह्य कोन (A) हा माहीत आहे. m — p ही रेखा m —सूर्य ह्यामधील अन्तर दर्शविते; तेव्हां m — $p = b$, आणि p — $m = c$ म्हणून

$$\tan \frac{B-O}{2} = \frac{b-c}{b+c} \times \cot \frac{A}{2}$$

ह्यात A ची किंमत आणल्यावर m आणि m हे कोन काढता येतात; त्यावरून शीघ्रफल (Elongation) काढता येते. परंतु सिद्धान्तकारांनी केवळ साध्या त्रैशिकाने हे अवघड गणित सोडविण्याचा प्रयत्न केला आहे. तथापि तो उचम साधला आहे; असें कोणाहि गणितज्ञाला कबूल करणें भाग पडेणें.

सिद्धान्तकार त्रैशिक मांडतात ते असेंः—

m —ग्रह ह्या कर्णास : जशी m —दो ही दोऱ्या :: तशी

m —* १ ह्या कर्णास (किती ?) कोणती दोऱ्या हें प्रमाण—पूर्णपणे, शास्त्रीय आहे. कारण समानकोण—त्रिकोण हे समरूप असतात (Equiangular triangles are similar) ह्या भूमितिच्या प्रमेयानुसारच ते स्वीकारलेले आहे. प्रत्यक्ष गणित करतांना कसर येवदीच सोडली की m —* १ हें अन्तर m — p ह्या त्रिज्येशी समान मानले आहे. आता त्रैशिक ठरले तें असेंः—

कर्ण : मुजज्या :: त्रिज्या : शीघ्रफलज्या.

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{शीघ्रकेंद्र मुजज्या}}{\text{कर्ण}} = \text{शीघ्रफलरेखा}$$

तिच्यावरून चाप (Arc) येईल तें शीघ्रफल.

मान्दकर्मैकमकेन्द्रोर्मादीनामथोच्यते ॥

शैघ्र्यंमान्दंपुनर्मान्दंशैघ्र्यंचत्वार्थनुक्रमात् ॥ ४३ ॥

प्रह स्पष्टीकरणांत मन्दकर्म (मन्दफल निष्पादन) आणि शीघ्रकर्म अशा दोन महत्त्वाच्या क्रिया आहेत. पैकीं रवि, आणि चन्द्र हे फक्त मन्द फलानेंच स्पष्ट होतात. परंतु, मंगळ, बुध, गुरु, शुक्र आणि शनि ह्या पंच प्रहांना प्रथमतः शीघ्रफलानें संस्कार करून मग मन्दफल देतात नंतर मन्दफल संस्कृत प्रहासच पुन्हां मंदफल पुन्हां देऊन शेवटीं शीघ्रफलाचा संस्कार करतात.

१ स्पष्टीकरणः—ह्या असकृत् (पुनः पुनः) संस्करणाची आवश्यकता सांगण्याचा हेतु असा दिसतो कीं, आधुनिक गणितपद्धतिप्रमाणें प्रथमतः रवि पूर्णपणें स्पष्ट करूनच नंतर त्याच्या अपेक्षेनें चन्द्र आणि बुधादि पञ्च प्रह स्पष्ट करतात. त्यामुळे सिद्धान्तकारांच्या म्हणण्याप्रमाणें दोन मन्दफले दिलीं जातातच. एक रविला आणि—एक प्रहाला. आतां दोन शीघ्रफलाचा हेतु असा दिसतो कीं, पृथ्वी आणि रवि, त्याचप्रमाणें रवि आणि प्रह ह्यांचे अन्तर नेहमीं सारखें नसतें. (ह्या अन्तरालाच कर्ण म्हणतात.) त्या कारणानें मध्यकर्णापासून जर प्रह स्पष्ट करावयाचा तर पुनः मन्दफल आणि शीघ्रफल असे संस्कार दिलेच पाहिजेत. आधुनिक गणितांत केन्द्राच्या प्रत्येक अंशाला प्रह सूर्यापासून किती अंतरावर असतो तें काढतात. त्या योगानें स्पष्टीकरण जास्त सूक्ष्म होते. परंतु सौलभ्याच्या दृष्टीनें सिद्धान्तकारांची असकृत् कर्मांची युक्तिहि योग्यच आहे असे त्रिकोणमितीने सहज सिद्ध होऊ शकेल.

मध्येशीघ्रफलस्यार्धं मान्दमर्धफलंतथा ॥

मध्यग्रहेमन्दफलंसकलंशैघ्र्यमेवच ॥ ४४ ॥

हे असकृत् कर्म (पुनःपुनः संस्कार देण्याचें कार्य) करतांना पहिल्या शीघ्रफलाचा संस्कार करतें वेळीं शीघ्रफलाचें चाप येईल ह्याचा अर्धा भाग घेऊन त्याचाच संस्कार मध्यम प्रहास करावा (पूर्ण फलाचा संस्कार देऊ नये). नंतर मन्दफलाचा संस्कार देणें तोहि अर्धा मन्दफलाचाच पावा. तिसरा संस्कार पुन. मन्दफलाचा आणि शेवटचा चौथा शीघ्रफलाचा हे संस्कार मात्र पूर्ण फलाचे धावें.

अशी युक्ति करण्याचें कारण सांगितलेंच आहे. मध्यमकर्णापासून दृक्प्रत्ययसिद्धि हेंच कारण होय.

उच्च म्हणजे काय ?

प्रत्येक प्रहाच्या कक्षेमध्ये उच्च संज्ञक आणि एकमेकांपासून बरोबर सहा राशि (१८० अंश) च्या अन्तरावर दोन बिन्दुरूप स्थाने असतात, ह्यांचा उल्लेख मध्यमाधिकारांत आलाच आहे. प्रह कक्षेच्या अगदीं वास्तविक मध्यबिन्दूच्या ठिकाणीं सूर्य नसतो. तो कर्मा अधिक वाजला असतो. कक्षा मध्यबिन्दू आणि रवि ह्यांच्यातील अन्तराला मध्ययुति म्हणतात. ह्या सरकण्यामुळे कक्षेतील एकबिन्दू सूर्यापासून सर्वापेक्षा

जवळ येतो आणि त्याच्या उलट दिशेचा (१८० अंशावरील) बिन्दू सूर्यापासून सर्वापेक्षा दूर असतो. ह्या दूरच्या बिन्दूला दूरोच्च किंवा मन्दोच्च आणि जवळच्या बिन्दूला निकटोच्च किंवा नीचोच्च असे नांव आहे. ह्या दोन उच्चांच्या ठिकाणीच मध्यमग्रह आणि (कक्षा) स्पष्टग्रह ह्यांचे ऐक्य असते. कक्षेतील इतर सर्व ठिकाणी ते भिन्न असतात. केन्द्र हे कोणत्यातरी उच्चापासून मोजतात. दूरोच्चापासून ते मोजले तर तेथून सहा राशीपर्यंत मन्दफल ऋण असते, कारण स्पष्टग्रह मध्यमग्रहाच्या मार्गे असतो; आणि केन्द्र निकटोच्चा पासून मोजल्यास तेथून सहा राशीपर्यंत मन्दफल धन असते. कारण स्पष्टग्रह मध्यमग्रहाच्या पुढे असतो. सिद्धान्तकारांनी निकटोच्चापासून, केन्द्रास मोजले असल्याकारणाने मन्दफल केन्द्रापासून पहिल्याराशिमध्ये धन ठरले गेले.

अज्ञादिकेन्द्रे सर्वेषां शैश्वेमान्देच कर्मणि ॥

धनं ग्रहाणां लिप्तादितुलादावृणमेव च ॥ ४५ ॥

केन्द्र (मन्द किंवा शीघ्र) मेपादि असले म्हणजे सूर्यादि सर्व ग्रहांचा मन्दफल संस्कार, आणि शीघ्रफल संस्कार असे दोन्ही संस्कार धन असतात. अर्थात् केन्द्र तुलादि असेल तर फल संस्कार ऋण केला पाहिजे.

स्पष्टीकरण:—ऋण संस्कार मध्यम ग्रहांत ऋण करावयाचा. आणि धन संस्कार मिळवावयाचा असतो. संस्कार ऋण आणि धन का असतो त्यांचे कारण आतां वर सांगितलेच आहे. निरनिराळ्या ग्रंथकारांनी ग्रह केन्द्रे स्वेच्छेने निकटोच्च बिन्दूपासून अथवा दूरोच्चापासून मोजलेली असतात त्यामुळे एका ग्रंथकाराने जो फल-संस्कार धन सांगितला असेल तो दुसऱ्या ग्रंथकाराचा तसाच असेल असे नाही. म्हणून ग्रंथकाराने केन्द्र कोठून मोजले आहे हे अवश्य पहावे लागते. नाही तर एका ग्रंथाचा अभ्यास केलेला विद्यार्थी दुसऱ्या ग्रंथाची पद्धति तुलनेकरिता पहातांना केन्द्रमापन भिन्न उच्चापासून असेल तर बुचकळ्यात पडेल. फले ऋण-धन करतांना उलट सुलट होण्याचा पुष्कळ संभव असतो म्हणून वरचे आधुनिक ग्रंथकार गणितातील सर्व संस्कार धनच राहतील अशी योजना करतात. सिद्धान्तकारांनी केन्द्रासंबंधे मेपादि आणि तुलादि अशा संज्ञा योजल्या त्या केवळ केन्द्र शून्य आणि १८० अंश ह्याच अर्थाने आहेत. मध्यम ग्रहाचा मेप आणि ग्रह केन्द्राचा मेप (स्पष्टयुपसिन्तर) केव्हाहि एक नव्हते, आणि नाहीत.

ग्रह स्पष्टीकरण म्हणजे काय

श्लोक ४५ पर्यंत रवि, चन्द्र आणि बुधादि पञ्चग्रह ह्यांचे स्पष्टीकरण सिद्धान्तकारांनी सांगितले. येथून (म्हणजे पृथ्वीवरून आणि त्यांतहि पडताळा पाहणारास त्याच्या ठिकाणातूनच) रवि, चन्द्र आणि इतर प्रत्येक ग्रह आकाशांत कोठे दिसें शकतील ते स्थान गणिताने निश्चूक कळणे, आणि त्याप्रमाणे ते ग्रह तेथेच प्रत्यक्ष (डोळ्यांना) दिसणे ह्यालाच स्पष्टीकरण म्हणतात. रवि, चन्द्र आणि ग्रह ह्यांची स्थिति आकाशांत

काल, आणि स्थल ह्यांच्या परस्पर अपेक्षेनेच ठरत असते, आणि ठरवावी लागते. क्षितिज, याम्योत्तरवृत्त, विषुववृत्त, आणि आक्रमवृत्त त्यांच्या अपेक्षेने रवि, चन्द्र ह्यांचे आणि त्याचप्रमाणे इतर प्रत्येक ग्रहाचे स्थान निश्चित होते. रविचा (किंवा इतर ग्रहाचा) उदय (१) अमुक वेळी क्षितिजाच्या कोणत्या बिन्दूत द्याला पाहिजे (२) किंवा कोणत्या वेळी त्याचे उन्नतांश किती होते अथवा असतात, किंवा त्याचा (३) याम्योत्तर लंघनकाल कोणता, व याम्योत्तराच्या (४) कोणत्या अंशामधून तो याम्योत्तरातून गेला; अथवा (५) त्याच्या याम्योत्तर लंघन-कालापासून कोणती ठळकतारा किती वेळाने याम्योत्तरावर येईल; अथवा कोणती ठळक तारा याम्योत्तरावर आल्यापासून तो ग्रह किती वेळाने याम्योत्तर लंघन करील इत्यादि मुख्य गोष्टी वरूनच रवीचे, चन्द्राचे किंवा इतर ग्रहाचे आकाशामध्ये आक्रमवृत्तावरील किंवा विषुववृत्तावरील स्थान अचूक समजते. ह्याप्रमाणे ग्रहाचे किंवा रविचे स्थान ठरवून त्याप्रमाणे तो ग्रह तेथेच दिसला म्हणजे गणित खरे, त्याचा दृक्प्रत्यय आला असे म्हणतात. प्रत्येक ग्रहाच्या स्पष्टी करणात वरील गोष्टी शक्य तो अवश्य असतातच, परंतु कोणताहि ग्रह, त्याच प्रमाणे कोणतीहि तारा, जोपर्यंत क्षितिजाच्या वर रवि आहे तोपर्यंत दिसत नाही; चन्द्र (योडाच वेळ दिसतो, पण बेतानेच) त्यामुळे ग्रहाचा दृक्प्रत्यय फक्त रात्री आणि निवृत्त आकाशातच घेणे शक्य असते; म्हणून ग्रहांचे स्पष्टीकरण पुष्कळ वेळा सूर्याच्या धोरणाने निश्चित करतात. ग्रहस्पष्टीकरणात तो ग्रह क्षितिजावर ज्या वेळी येणार ती वेळ कोणती, आणि त्यावेळी त्याचे स्थान क्रान्तिवृत्तांत कोणते हा ही भाग ग्रहस्पष्टीकरणातच सिद्धांतकारांनी श्लोक ४६ मध्ये सांगितला आहे. तो तेथे योग्यच आहे, परंतु विषय संदर्भाच्या दृष्टीने हा श्लोक ५७ श्लोकाच्या पुढे आल्यास हरकत नाही।

अर्कबाहुफलाभ्यस्ताग्रहभुक्तिर्विभाजिता ॥

भचक्रकलिकाभिस्तुलिप्ताः कार्याग्रहेऽर्कवत् ॥ ४६ ॥

ग्रहाच्या भोगास (स्पष्टगतिस) सूर्याच्या (कलात्मक) मन्दफलाने गुणावे आणि राशिक्रमाच्या (२१६००) कलासऱ्येने भागावे; जो भागाकार कला (विकलात्मक) येईल त्याचा रविमन्दफलाप्रमाणे (धनक्रण) संस्कार ग्रहभोगास (गतिस) करावा. ४६.

स्पष्टीकरणः—हा श्लोक काहीसा अस्पष्ट आहे. ग्रहभुक्ति ह्याचा अर्थ ग्रहभोग असून टीकाकारांनी त्याचा अर्थ स्पष्टगति असा घेतला आहे. तोहि समुक्तिरूप आहे. परंतु हा संस्कार ग्रहगतिस करण्यापेक्षा ग्रहाच्या स्पष्टस्थितीसच करणे योग्य दिसते. कारण ग्रहाचे मध्यमकालाम अनुलक्षून असणारे स्थान आणि स्पष्ट कालास धरून असणारे स्थान ह्यात भिन्नता आहे; आणि तीच ह्या श्लोकात विवक्षित आहे.

ह्या संस्कारास भुजान्तर संस्कार म्हणतात. रविचे स्पष्टस्थान आणि कालदृष्ट्या स्पष्टगति ह्यात दोन कारणानी फरक पडतो. त्यातील एक कारण रविच्या (म्हणजे पृथ्वीच्या) कक्षेची दीर्घवर्तुळीयता. सूर्य हा तारीख ४ शुद्धेच्या सुमारास पृथ्वीपासून फार दूर असतो

आणि म्हणून त्याची दिनगति ५७' कला ही मध्यम गतिपेक्षां कमी असते. म्हणून मन्द-फलहि ऋणच असतें. तारीख २ जानेवारीच्या सुमारास तो पृथ्वीला फार जवळ असतो. म्हणून त्याची दिनगतिहि ज्यास्तीत ज्यास्त म्हणजे ६१' कला असते; आणि म्हणून मन्दफलहि धन असतें. जानेवारीच्या आरंभी म्हणजे नीचोची रवी पृथ्वीच्या जवळ असतां हि आपल्या इकडे (उत्तरगोलापास) दिवस थंडांचे असतात; कारण सूर्य मध्यान्ही आपल्या डोकीवर येत नाहीं. तो दक्षिणेकडेच असून क्षितिजाच्यावर फार थोडा-वेळ असतो. ह्याच्या उलट, जुलै ४ च्या सुमारास उन्हाळ्या संपत आलेला असतो. कारण सूर्य हा मध्यान्ही डोकीवर येतो आणि क्षितिजाच्यावर सुमारे १४ तास असतो.

अशा ह्या कर्माज्यास्त गतिमुळे मध्यम आणि स्पष्टकालात अन्तर पडतें, तें रवि-च्या मन्दफल गतिकालाइतकें असतें. हेंच भुजान्तर.

दुसरें कारण पृथ्वीची कक्षा (म्हणजे आक्रमवृत्त) विपुवार्शी तिकंस आहे हें होय. ह्या तिकंसपणामुळे बारा राशिपैकी प्रत्येक राशीत जरी सारखेच अंश आहेत तरी त्यांचा उदय होण्यास आणि त्या मध्यान्ह वृत्तावरून पुढें सरकण्यास वेळ मात्र कमी ज्यास्त लागतो. ह्याच उदयान्तर म्हणतात. ह्यावरूनच उदयलग्नाचें आणि दशम लग्नाचें गणित होतें.

प्रथमतः उदयान्तराच्या योगानें निरनिराळ्या राशिनां मध्यान्हवृत्त ओलांडून जाण्यास किती काल लागतो तो निश्चित करावा ह्या कालास उदयासु म्हणतात. "असु" म्हणजे एक आसोच्छ्वास. एका पळांत सहा आस होतात. हें मागें मध्यम-धिकारांत सांगितलें आहे. हीं उदयासु-संख्या ठरल्यावर ज्या सायन-राशीत सूर्य असेल, त्या राशिच्या उदयासुवरून त्रैराशिक माण्डावें. एक राशिच्या कला १८०० म्हणून १८०० कलांना : जर असुक उदयासु : : तर : मन्दफल कलांना किती. उत्तर असुमध्ये येईल.

हे भुजान्तराचे असु. ह्यामध्ये उदयान्तराचे असुचा (धनरूप असेल त्याप्रमाणें) संस्कार करावा म्हणजे कालकलन संस्कार सिद्ध होतो. ह्याच Equation of Time म्हणतात.

भुजान्तराचा संस्कार इतर प्रहास करावयाचा असल्यास आणखी एक त्रैराशिक मांडावें.

२१६०० कलामध्ये : जर रविचे असुक फलासु : : तर प्रहाच्या गतिकालास किती : उत्तर. असुसंख्या येईल. तो रविसंबंधाचा संस्कार इतर प्रहास करावा.

आतां प्रहांची दैनिक स्पष्ट गति आणि त्यांचा स्पष्ट शर म्हणजे आक्रम वृत्तापासून त्या प्रहापर्यंतचें लम्बांशात्मक अन्तर. [जेव्हां प्रहाच्या स्थानापासून आक्रम-वृत्तावर, विपुववृत्तावर, किंवा क्षितिजावर लम्बरूप चाप (arc) काढतात, आणि प्रहापासून त्या त्या वृत्तापर्यंतचें अंशात्मक अन्तर त्या त्या लम्बावरूनच मोजून ठरवितात. तेव्हां अशा अन्तराचा लम्बात्मक अन्तर, किंवा अवलम्बांश म्हणतात].

हे अवलम्बांश ग्रहापासून आक्रमवृत्तापर्यंतच्या लम्बावर मोजले म्हणजे त्याला आक्रमशर (Latitude) म्हणतात; विषुववृत्तापर्यंतच्या लम्ब अन्तराला क्रांति (Declination); आणि क्षितिजापर्यंतच्या अन्तराला उन्नतांश (Altitude) म्हणतात. हे पुनः येथे सांगणे अवश्य आहे.

आपल्या थेट डोक्यावर जो आकाश बिन्दू ते खस्वस्तिक. स्यात्तुच आपल्या ठिकाणचे याम्योत्तर वृत्त हे विषुववृत्त आणि प्रुवबिन्दू ह्यांपर्यंत पार क्षितिजापर्यंत जाते. याम्योत्तर हे विषुववृत्ताला आणि क्षितिजालाही लम्बरूप असते म्हणून विषुवापासून खस्वस्तिकापर्यंतचे जें अवलम्बांश तेच त्या स्थानाचे अक्षांश (Terrestrial Latitude). इंग्रजीमध्ये (Latitude) ही जी संज्ञा आहे ती शास्त्रदृष्ट्या दूषणीय आहे. आकाश-विषुवापासून खस्वस्तिकाचे जे लम्बांश ते (Latitude), आणि आक्रमवृत्तापासून मोजलेले लम्बांश तेहि (Latitude) च. ह्याप्रमाणे दोन अगदी भिन्न अंशी परिमाणे एकाच संज्ञेने निर्दिष्ट करण्याचा प्रघात शास्त्रीयपद्धतीप्रमाणे फारच दूषणीय आहे.

स्वमन्दभुक्तिसंशुद्धामध्यभुक्तिर्निशापतेः ॥

दोर्ज्यान्तरादिकंकृत्वाभुक्तावृणधनंभवेत् ॥ ४७ ॥

चन्द्राच्या मध्यम दिनगतीमध्ये त्याच्या उचाची दिनगति वजा करावी म्हणजे त्याची (स ० चन्द्राची) दैनिक केन्द्रगति येईल त्या केन्द्रावरून मुज्यन्तराच्या रीतने गतिकल आणवे आणि ठरल्याप्रमाणे मध्यमदिनगतिमध्ये ऋण-धन (असेल त्याप्रमाणे त्याचा) संस्कार करावा; म्हणजे चन्द्राची स्पष्ट दिनगति (इष्ट दिवसाची) येईल.

स्पष्टीकरणः—चन्द्राची स्पष्टगति मन्दफलाप्रमाणे केन्द्रांशावरून आणण्यास सांगितले आहे. कारण चन्द्राची उच्चगति हिशेवात घेण्याइतकी मोठी आहे. इतर ग्रहांच्या स्पष्टगतिहि अशाच पद्धतीने काढतात.

ग्रहभुक्तेःफलंकार्यग्रहवन्मन्दकर्मणि ॥

दोर्ज्यान्तरगुणाभुक्तिस्तच्चनेत्रोधृतापुनः ॥ ४८ ॥

स्वमन्दपरिधिक्षुण्णाभगणांशोधृताकलाः :

कर्कादौतुधनंतत्रमकरादावृणंस्मृतम् ॥ ४९ ॥

आता गतिचे स्पष्टीकरण सांगतातः—

ग्रहगतिचे फल काढायचे, तर त्याकरितां ग्रहा (चे मन्दफल काढण्या) ची जी रीति आहे तिचाच स्वीकार गतिचे मन्दफल आणण्याकरितां करावा. ग्रहगतिहा [अर्थात ग्रहाच्या दैनिक केन्द्रगतिहा] दोर्ज्यान्तरानें गुणून २२५ कलांच्या (चाप) लव्हानें भागावे; आणि भागाकार येईल त्याला स्पष्ट मन्द परिधीनें गुणून ३६० अशानी भागावे म्हणजे गतिकल येईल. (ते सुधादि ग्रहांमध्ये मन्दस्पष्ट येईल).

स्पष्टीकरणः—ग्रहगति ही केन्द्रगतिवरच अवलम्बून आहे म्हणून केन्द्रगति घेतली पाहिजे. नंतर ग्रह—भोगांचे जे चापखण्ड त्यांचे दोर्ग्यान्तर घेऊन असे त्रैराशिक माण्डावेः—
२२५ चापखण्डांत जर : विशिष्ट दोर्ग्यान्तर :: तर केन्द्रगत्यंशाना कितती :

उत्तर येईल तें.

नंतर गतिचे अंशकलादि पाहिजेत म्हणून दुसरे त्रैराशिक असे मांडले पाहिजेः—

३६० अंशांना : स्फुटमन्दगतिपरिच्यंश : : तर पूर्वोक्त उत्तराला कितती ? : उत्तर गतिकला.

याप्रमाणे गतिकल आले परंतु केन्द्र कर्कादि असेल तर तें धन असतें आणि मकरादि असेल तर ऋण असतें.

स्पष्टीकरणः—येथे केन्द्र काटण्यासाठी उच्च कोणतें घेतलें तें अवश्य पाहिजे पाहिजे नाही तर ऋण धन संस्कारांचा घोटाळा उडाल्याशिवाय राहणार नाही.

मन्द स्पष्ट गतिला शीघ्र फलांचा संस्कार बुधादि पंच महांच्या गतिला केला पाहिजे, तो सांगतातः—

मन्दस्फुटीकृतांभुक्तिप्रोज्ज्यशीघ्रोच्चभुक्तिः ॥

तच्छेषविवरेणाथहन्यात्रिज्यान्त्यकर्णयोः ॥ ५० ॥

चलकर्णहृतंभुक्तौकर्णेत्रिज्याधिकेधनम् ॥

ऋणमूनेऽधिकप्रोज्ज्यशेषवक्रगतिर्भवेत् ॥ ५१ ॥

स्पष्टगति साधन

श्लोक ५०, ५१ बुधादिकांच्या मन्दस्पष्ट (मन्दफल साधित) गति, शीघ्रोच्च गतीतून वजा करून बाकी केन्द्रगति राहिल, तिळा त्रिज्या आणि शीघ्रकर्ण ह्यांच्यातील अन्तरानें गुणार्थे आणि गुणाकाराला त्याच शीघ्रकर्णानें भागावें. भागाकार कलादि येईल त्याचा संस्कार मन्दस्पष्ट गतिला केला असता प्रहाची (भूमध्य) स्पष्टगति येईल. त्रिज्येपेक्षा शीघ्रकर्ण अधिक असेल तर हा गतिसंस्कार धन असतो; आणि त्रिज्या अधिक असेल तर ऋण असतो.

स्पष्टीकरणः—रङ्गनाथ टीकाकारांनी ह्या संस्काराची उपपत्ति भास्कराचार्यांच्या पद्धतीने उलगडावी अशी सूचना दिली आहे. तिळा अनुसरून उपपत्तिचा उलगडा करूं.

आचार्यांचें सूत्र “ फलांशलाङ्कान्तर—शिक्षिनीषी ” हे आहे. तिच्या धोरणानें शीघ्रोच्च वर्णे मन्द स्पष्टगति=शीकेन्द्रगति काढली, व दोन दिवसांच्या शीकेन्द्रगतिके जें अन्तर, त्यावरून दोर्ग्यान्तर काढलें.

(१) २२५' : भोग्य—ज्या—खण्ड : : केन्द्रगतिळा : दोर्ग्यान्तर ह्या त्रैराशिकानें दोर्ग्यान्तर आणलें. नंतर भोग्यखण्ड स्पष्ट केलें तें असेः—

(२) २२५' (आद्यखण्ड) × कोटिज्या
त्रिज्या = स्फुट दोर्ग्यान्तर. मग

ही किमत (१) मध्ये दोर्ग्यान्तरावढल ठेऊनः—

$$\text{स्फुट दोग्यान्तर} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{फलकोटिज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

(३) कर्ण : दोग्यान्तर : : त्रिज्या : स्फुटकेन्द्रगतिज्या; ही किमत (२) मध्यें दोग्यान्तराबद्दल ठेऊन:—

$$(४) \text{स्फुटकेन्द्रगतिज्या} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{फलकोटिज्या}}{\text{कर्ण}}$$

गति अल्प असल्याने " गतिज्ये " बद्दल " गति " ठेऊन

$$(५) \text{स्फुट-केन्द्रगति} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{फलकोटिज्या}}{\text{कर्ण}}$$

$$(६) \text{परंतु शीघ्रकर्ण-त्रिज्या किंवा त्रिज्या-शीघ्रकर्ण} \\ = \text{फलकोटिज्या;}$$

म्हणून,

$$\text{स्फुटकेन्द्रगति} = \frac{\text{केन्द्रगति} \times \text{कर्णात्रिज्यान्तर}}{\text{कर्ण}}$$

*स्पष्टगतिफल हें मन्दस्पष्टगतिपेक्षा अधिक असेल तर ग्रह वक्री आहे म्हणून समजावें. ५१.

दूरस्थितःस्वशीघ्रोच्चात्ग्रहःशिथिलरश्मिभिः ॥

सव्येतराकृष्टतनुर्भवेद्भ्रमगतिस्तदा ॥ ५२ ॥

श्लोक ५२ तेव्हा ग्रह शीघ्रोच्चापासून फार दूर अन्तरावर असतो; आणि (अशा स्थितीत असतांना) उच्चाच्या शक्तिने लगाम (म्हणजे आकर्षण) दिवा असूनमुद्रां तो उलटा खेचला जातो तेव्हा यक्रगति उदरन्न होते. ५२.

स्पष्टीकरणः—ग्रह दूर जातो तसतसे आकर्षण कमी कमी होत जाते झालाच दिवा लगाम असे म्हटले आहे.

कृतर्तुचन्द्रैर्वेदेन्द्रैःशून्यज्यैर्कैर्गुणाष्टिभिः ॥

शररुद्रेथतुर्येपुकेन्द्रांशुर्भूसुतादयः ॥ ५३ ॥

भवन्तिवक्रिणस्तेस्तुस्त्रैःस्त्रैश्चक्राद्विशोधितैः ॥

अवशिष्टांशतुल्यैःस्वैःकेन्द्ररुज्जन्तिवक्रताम् ॥ ५४ ॥

श्लोक ५३—सुध-शुक्र, आणि मीमादि तीन ग्रह द्यांना चौथ्या खेपेस जो शीघ्रफल संस्कार करतात त्यावेळी त्यांचे जे शीघ्रकेन्द्रांश येतील त्यावरून ते वक्री आहेत की नाहीत ते (बद्दला) कळते. आणि तेच केन्द्रांश चारा राशांवरून यत्रा करून जितके अंश राहतील तितके केन्द्रांश माझे असता ते यक्रांशाचा त्याग करतात; म्हणून मीमाचे (केन्द्रांश) १६४, सुधाचे १४४, गुरुचे १३०, शुक्राचे १६३, आणि रानीचे ११५ इतके असले म्हणजे ग्रह

वक्रा, आणि मंगळ १९६, बु. २१६, गुरु २३०, शु. १९७, आणि श. २४५ असे केन्द्राश शालें म्हणजे ग्रह मार्ग होतात. (५३, ५४.)

महत्त्वाच्छीघ्रपरिधेःसप्तमेभृगुभृसुतौ ॥

अष्टमेजीवशशिजानवमेतुशनधरः ॥ ५५ ॥

श्लोक—ह्याचा अर्थ असा कीं,—मंगळ आणि शुक्र ह्यांच्या शीघ्रपरिधिचे अंश सहा राशीपेक्षा ज्यास्त शाले म्हणजे सातव्या राशीत ते मार्ग होतात. बुध, गुरु हे शीघ्रपरिधिच्या आठव्या राशीत आणि शनि नवव्या राशीत मार्ग होतो. ५५.

स्पष्टशराचें साधन

कुजार्किंगुरुपातानांग्रहवच्छीघ्रजंफलम् ॥

चामंतृतीयकमान्द्रुधभार्गवयोः फलम् ॥ ५६ ॥

श्लोक ५६—मंगळ, गुरु आणि शनि ह्यांच्या पाताळा चतुर्थ शीघ्रफलाचा संस्कार ग्रहास करावयाच्या रीतिप्रमाणे करावा.

बुध शुक्रांच्या पाताळा, बुध शुक्राचा तृतीय मन्दफलाचा उलट (= विलोम) संस्कार करावा. ५६.

स्वपातानात्ग्रहाजीवाशीघ्राभृगुजसौम्ययोः ॥

विक्षेपध्वन्यन्त्यकर्णात्त्राविक्षेपस्त्रिज्ययाविधोः ॥ ५७ ॥

श्लोक ५७—माग मौमादि स्पष्टग्रहांतून संस्कार दिलेला पात वजा करून बाकी राहिल तिची दोर्ज्या काढावी.

स्पष्टचंद्र (हा पृथ्वी भोवताळीच फिरत असल्याने) त्याच्या मोगातून पात वजा करावा. बुध शुक्रांच्या शीघ्रोच्चामध्ये संस्कृतपात वजा करून भुजज्या आणावी. हिलाच विक्षेप दोर्ज्या म्हणतात.

विक्षेप केन्द्रदोर्ज्याला परमशराच्या अंशकलांनी गुणावें आणि शीघ्रकर्णानें भागावें, म्हणजे स्पष्टशर येतो.

चन्द्राच्या विक्षेप दोर्ज्याला विक्षेपानेच गुणावें आणि त्रिज्येनें भागावें म्हणजे चन्द्राचा स्पष्टशर येईल. ५७.

स्पष्टीकरणः—स्पष्टशर साधन स्पष्टक्रान्ति साधनाच्या धर्तीवर आहे.

पातगति क्रान्तिवृत्तामध्ये (विलोम म्हणजे) उलट दिशेकडे असते. क्रान्तिवृत्त आणि पात ह्यांतील कोन परमशरा इतका असतो. ग्रहांच्या पाताचें क्रान्तीवृत्तांतील स्थान निश्चित करण्याकरितां पाताला फलसंस्कार केलाच पाहिजे.

भौम-गुरु-शनि हे बहिर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांच्या पातास शीघ्रफलाचा संस्कार करण्यास सांगितले आहे; आणि बुध शुक्र हे ग्रह अन्तर्वर्ती आहेत म्हणून त्यांच्या पाताला तृतीय मन्दफलाचा संस्कार केला म्हणजे काम भागते.

बुध शुक्र हे अन्तर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांची स्थिति कांहीं अंशी चन्द्राप्रमाणे असते. चन्द्र ज्याप्रमाणे शुक्र पक्षांत पडिल्याने चारपांच दिवस केवळ पश्चिमेकडेच दिसतो आणि पश्चिमेकडेच मावळतो; आणि मग कृष्ण पक्षांत शेवटचे चार दिवस फक्त पहाटेच पूर्वेकडे उगवतो आणि सूर्य उगवला म्हणजे लुप्त होतो; त्या प्रमाणे बुध शुक्र हे कांहीं दिवस किंवा कांही महिने सूर्यास्ता नंतर पश्चिमेकडे दिसतात. नंतर ते चक्री होऊन त्यांचा पश्चिमास्त होतो. त्यानंतर ते (व विशेषतः शुक्र) पूर्वेकडे सूर्योदयापूर्वी उगवू लागतात. कांहीं दिवस ते अधिकाधिक वर येतात. नंतर त्यांची चक्रगति संपून ते पुनः पूर्व क्षितिजाकडे जाऊ लागून त्यांचा पूर्वेकडे अस्त होतो. अशा स्थितिमुळे बुध शुक्रांची व्यवस्था व स्पष्टीकरणाची रीति सिद्धान्तकारांनी भूम-गुरु-शनि त्यांच्यापेक्षा अगदी निराळीच योजिली आहे.

बुध-शुक्र हे रविला सोडून फार दूर जात नाहीत असे निश्चित आढळल्यामुळे रवि हेच सिद्धान्तकारांनी शीघ्रोच्च मानले आहे. शीघ्रोच्च म्हणजे ग्रहाची स्थिति विशेष स्पष्ट होण्याचे साधन. बुध शुक्र हे रवि मध्यवर्तीच असल्यामुळे त्यांचे नाक्षत्रभगण आणि शीघ्रोच्च भगण हे एकच ठरले. म्हणूनच मध्यमाधिकारांत त्यांचे शीघ्रोच्च भगण हेच नाक्षत्र भगण म्हणून दिले आहेत.

विवरणः—पाताची गति विलोम असल्यामुळे त्यांचे स्थान मन्दस्पष्ट ग्रहावरूनच समजते म्हणून मन्दस्पष्टग्रह+चक्र शुद्धपात; (पात हा चक्रशुद्ध आहे म्हणून घन; नाहीतर ऋण); ∴ मन्दस्पष्टग्रह-पात हे उपकरण होते, पण स्पष्टग्रह±शीघ्रफल विलोम=मन्दस्पष्टग्रह ∴ स्पष्टग्रह±विलोम शीघ्रफल-पात म्हणून स्पष्टग्रह-(पात±विलोम शीघ्रफल) हे उपकरण सिद्ध झाले. आता बुध-शुक्रासंबंधाने मन्दस्पष्टग्रह-पात; परंतु हे ग्रह शीघ्रोच्च स्पष्ट असतात म्हणूनः—

शीघ्रोच्च±तृतीय मन्दफल विलोम=मन्दस्पष्टग्रह.

∴ पातालाच तृतीय मन्दफल संस्कार उलट करण्यास सांगितले आहे.

∴ शीघ्रोच्च-(विलोम तृ. फ. संस्कृत पात) हे उपकरणहि सिद्ध झाले.

चन्द्राच्या पाताला संस्कार दिला पाहिजे परंतु तो न दिला तरी एकंदर फलामध्ये कला दीड कलेपेक्षा ज्यास्त फरक पडणार नाही, आणि तोहि अगदी क्वचित् म्हणून पातोन चन्द्र हेच चन्द्रशराचे उपकरण ठरले.

पातोन ग्रहावरून जी दोष्या येने तिला विशेषदोष्या म्हणतात. तिच्या स्पष्टीकरणाचे गणित क्रान्तिप्रमाणे आहेः—

स्पष्टग्रहाच्या संबंधाने कर्ण म्हणजेच भू-कक्षेची त्रिधा म्हणून—

कर्णान्तराला : जर परमशरांतकला . :

तर विशेषदोष्येला कितीः उत्तर स्पष्टशर.

वक्त्री, आणि मंगळ १९६, बु. २१६, गुरु २३०, शु. १९७, आणि श. २४५ असे केन्द्राश झाले म्हणजे ग्रह मार्गी होतात. (५३, ५४.)

महस्याच्छीघ्रपरिधेःसप्तमेभृगुभृसुतो ॥

अष्टमेजीवशाशिजौनवमेतुशनश्चरः ॥ ५५ ॥

श्लोक—ह्याचा अर्थ असा कीं,—मंगळ आणि शुक्र ह्यांच्या शीघ्रपरिधिचे अंश सहा राशीपेक्षा ज्यास्त झाले म्हणजे सातव्या राशीत ते मार्गी होतात. बुध, गुरु हे शीघ्रपरिधिच्या आठव्या राशीत आणि शनि नवव्या राशीत मार्गी होतात. ५५.

स्पष्टशराचें साधन

कुजाकिंगुरुपातानांग्रहवच्छीघ्रजंफलम् ॥

चारमंतृतीयकंमान्दंबुधभार्गवयोः फलम् ॥ ५६ ॥

श्लोक ५६—मंगळ, गुरु आणि शनि ह्यांच्या पाताला चतुर्थ शीघ्रफलाचा संस्कार प्रहास करावयाच्या रीतिप्रमाणे करावा.

बुध शुक्रांच्या पाताला, बुध शुक्राचा तृतीय मन्दफलाचा उलट (= विलोम) संस्कार करावा. ५६.

स्वपातोनात्ग्रहाजीवाशीघ्राभृगुजसौम्ययोः ॥

विक्षेपघ्न्यन्त्यकर्णासाविक्षेपस्त्रिज्ययाविधोः ॥ ५७ ॥

श्लोक ५७—मग मौमादि स्पष्टप्रहातून संस्कार दिलेला पात वजा करून बाकी राहिल तिची दोर्घ्या काढावी.

स्पष्टचंद्र (हा पृथ्वी भोंवतालीच फिरत असल्याने) त्याच्या भोगातून पात वजा करावा. बुध शुक्रांच्या शीघ्रोच्चामध्ये संस्कृतपात वजा करून मुजय्या आणावी. हिलाच विक्षेप दोर्घ्या म्हणतात.

विक्षेप केन्द्रदोर्घ्येला परमशराच्या अंशकलांनी गुणावें आणि शीघ्रकर्णांनी भागावें, म्हणजे स्पष्टशर येतो.

चन्द्राच्या विक्षेप दोर्घ्येला विक्षेपानेच गुणावें आणि त्रिज्येने भागावें म्हणजे चन्द्राचा स्पष्टशर येईल. ५७.

स्पष्टीकरणः—स्पष्टशर साधन स्पष्टक्रान्ति साधनाच्या धर्तीवर आहे.

पातगति क्रान्तिवृत्तामध्ये (विलोम म्हणजे) उलट दिशेकडे असते. क्रान्तिवृत्त आणि पात वृत्तांतील कोन परमशरा इतका असतो. ग्रहांच्या पाताचें क्रान्तिवृत्तांतील स्थान निश्चित करण्याकरिता पाताला फलसंस्कार केलाच पाहिजे.

भौम—गुरु—शनि हे ब्रह्मिर्वर्ती ग्रह असल्याने त्यांच्या पातास शीघ्रफलाचा संस्कार करण्यास सांगितले आहे; आणि बुध शुक्र हे ग्रह अन्तर्वर्ती आहेत म्हणून त्यांच्या पाताला तृतीय मन्दफलाचा संस्कार केला म्हणजे काम भागते.

बुध शुक्र हे अन्तर्वर्ती प्रह असल्याने त्यांची स्थिति कांहीं अंशी चन्द्राप्रमाणे असते. चन्द्र ज्याप्रमाणे शुरु पक्षांत पहिल्याने चारपांच दिवस केवळ पश्चिमेकडेच दिसतो आणि पश्चिमेकडेच मावळतो; आणि मग कृष्ण पक्षांत शेवटचे चार दिवस फक्त पहाटेच पूर्वेकडे उगवतो आणि सूर्य उगवला म्हणजे छत होतो; त्या प्रमाणे बुध शुक्र हे कांहीं दिवस किंवा कांहीं महिने सूर्यास्ता नन्तर पश्चिमेकडे दिसतात. नंतर ते वक्री होऊन त्यांचा पश्चिमास्त होतो. त्यानंतर ते (व विशेषतः शुक्र) पूर्वेकडे सूर्योदयापूर्वी उगवून लागतात. कांहीं दिवस ते अधिकाधिक वर येतात. नन्तर त्यांची वक्रगति संपून ते पुनः पूर्ण क्षितिजाकडे जाऊन लागून त्यांचा पूर्वेकडे अस्त होतो. अशा स्थितिमुळे बुध शुक्रांची व्यवस्था व स्पष्टीकरणाची रीति सिद्धान्तकारांनी भौम-गुरु-शनि त्यांच्यापेक्षा अगदी निराळीच योजिली आहे.

बुध-शुक्र हे रविला सोडून फार दूर जात नाहीत असे निश्चित आढळल्यामुळे रवि हेच सिद्धान्तकारांनी शीघ्रोच्च मानले आहे. शीघ्रोच्च म्हणजे प्रहाची स्थिति विशेष स्पष्ट होण्याचे साधन. बुध शुक्र हे रवि मध्यवर्तीच असल्यामुळे त्यांचे नाक्षत्रभगण आणि शीघ्रोच्च भगण हे एकच ठरले. म्हणूनच मध्यमाधिकारांत त्यांचे शीघ्रोच्च भगण हेच नाक्षत्र भगण म्हणून दिले आहेत.

विवरणः—पाताची गति विलोम असल्यामुळे त्यांचे स्थान मन्दस्पष्ट प्रहावरूनच समजते म्हणून मन्दस्पष्टप्रह+चक्र शुद्धपात; (पात हा चक्रशुद्ध आहे म्हणून घन; नाहीतर ऋण); ∴ मन्दस्पष्टप्रह-पात हे उपकरण होते, पण स्पष्टप्रह+शीघ्रफल विलोम=मन्दस्पष्टप्रह ∴ स्पष्टप्रह+विलोम शीघ्रफल-पात म्हणून स्पष्टप्रह-(पात+विलोम शीघ्रफल) हे उपकरण सिद्ध झाले. आतां बुध-शुक्रांसंबंधाने मन्दस्पष्टप्रह-पात; परंतु हे प्रह शीघ्रोच्च स्पष्ट असतात म्हणूनः—

शीघ्रोच्च+तृतीय मन्दफल विलोम=मन्दस्पष्टप्रह.

∴ पातालाच तृतीय मन्दफल संस्कार उलट करण्यास सांगितले आहे.

∴ शीघ्रोच्च-(विलोम तृ. फ. संस्कृत पात) हे उपकरणहि सिद्ध झाले.

चन्द्राच्या पाताला संस्कार दिला पाहिजे परंतु तो न दिला तरी एकंदर फलामध्ये कला दीड कलेपेक्षा ज्यास्त फरक पडणार नाही, आणि तोहि अगदी क्वचित् म्हणून पाताने चन्द्र हेच चन्द्रशराचे उपकरण ठरले.

पाताने प्रहावरून जी दोऱ्या येते तिला विक्षेपदोऱ्या म्हणतात. तिच्या स्पष्टीकरणाचे गणित क्रान्तिप्रमाणे आहेः—

स्पष्टप्रहाच्या संबधाने कर्ण म्हणजेच भू-कक्षेची त्रिज्या म्हणून—

कर्णान्तराला : जर परमशारांकला :

तर विक्षेपदोऱ्या कर्ताः उत्तर स्पष्टशर.

तारा किंवा संपात बिन्दू मध्यवृत्तावर आल्यापासून अगदी बरोबर २४ नाक्षत्र तासानी तो पुनः तेथे येतो; म्हणून संपात मध्यवृत्तावर आला म्हणजे विपुत्रकाल शून्य (०) झाला. व संपातानंतर जी तारा जितक्या वेळाने मध्यान्हवृत्तारोहण करील तितका त्या तारेचा विपुत्र काल होय वर निर्दिष्ट केल्याप्रमाणे संपात किंवा स्थिर नक्षत्रे ह्यांचे मानाने पाहतां. सूर्य रोज ३ मिनिटे ५६ सेकंद इतक्या उशीराने याम्योत्तर वृत्तावर येतो. ह्याचाच अर्थ असा की, सूर्याचे विपुत्रांश मध्यमगतिप्रमाणे रोज ३ मिनिटे ५६ सेकंद इतके वाढतात.

आतां स्पष्ट सूर्योदय साधण्यासाठीं चर संस्कार केला पाहिजे त्याची साधनें (कोटिज्या) घुज्या, व क्षितिज्या (म्हणजे कुज्या) हीं कशी साध्य करावीं ते सांगतात.

क्रान्तेः क्रमोत्क्रमज्येद्वेकृत्यातत्रोत्क्रमज्यया ॥

हीनात्रिज्यादिनव्यासदलंतदक्षिणोत्तरम् ॥ ६० ॥

प्रहाच्या स्पष्ट क्रान्तिपासून त्या क्रान्तिची भुजज्या, उत्क्रमज्या साध्य करून (त्रिज्या उणे उत्क्रमज्या, या सारणिले) कोटिज्याहि साधावी. अशा रीतिने स्पष्ट क्रान्तिची जी कोटिज्या तीच त्या अहोरात्रवृत्ताची त्रिज्या असते. हिलाच घुज्या म्हणतात. ही दक्षिण गोलान्त दक्षिण, आणि उत्तर गोलान्त उत्तरेची असते.

स्पष्टीकरणः—उत्क्रमज्या म्हणजे Versed Sine. हिची सारणि $1 - \text{Cosine}$ ही आहे. अर्थात् $1 - \text{Versed sine} = \text{Cosine}$ हे ओघानेंच ठरते, हेंच सिद्धान्तकार सांगतात. नव्वद अंशांतून दोउयेंचें अंश वजा करून जो पूरककोन होईल त्याची भुजज्या तीच पहिल्या कोनाची कोटिज्या हा निर्णय पूर्वाचे ३०।३१ श्लोकांत सांगितला आहे. त्यांत $\text{Sin} (180 - A) = \text{Sin} A$ हेहि तत्त्व प्रथित आहे.

श्लोक ६१ ह्यांत “ चर ” संस्कार साध्य करण्याची रीति सांगतातः —

क्रान्तिज्याविपुत्रद्वाग्रीक्षितिज्याद्वादशोधृता ॥

त्रिज्यागुणाहोरात्रार्धकर्णात्ताचरजासवः ॥ ६१ ॥

प्रहाची जी स्पष्ट क्रान्ति असेल तिची भुजज्या साधावी; आणि तिचा (त्याच स्थळाच्या) पलमेनें गुणून (त्या गुणाकारास) बारा (१२) ह्या संख्येनें भागावे. भागाकार येईल तो (तैथील अहोरात्र वृत्ताची) क्षितिज्या होईल. नंतर क्षितिज्येला त्रिज्येनें गुणून घुज्येनें भागिले असता चर—मुजाची दोज्या येते. तिच्या (भुजकला) इतके (उदयाचे) चरसु असतात. ६१.

स्पष्टीकरणः—चर साधन हा वास्तविक त्रिप्रश्नाधिकाराच्या विषयापैकी आहे.

परंतु स्पष्टीकरणाशीच त्याचा संबंध असल्याकारणाने तो तेथे सांगितला आहे.

ध्रुवतारेकडे लक्ष ठेऊन दक्षिणेकडे चालले तर ध्रुवतारा खाली खाली क्षितिजा कडे उतरून लागते. शेवटी असे स्थळ येते की, तेथून ध्रुवतारा क्षितिजाशीच चिकटलेली (अथवा संलग्न झालेली) दिसेल. हा स्थळाला भूविपुवावरील स्थळ म्हणतात. अशा सर्व स्थळांचा नकाशा पाहतां त्या सर्व स्थळांवरून आकाशातील विपुत्रवृत्त

जात आहे, असें दिसेल. विषुववृत्तस्य 'स्थलांना निरक्ष देश म्हणतात. निरक्षदेशीं अक्षांश द्युन्य असतात, कारण अक्षांश तेथूनच मोजतात. तेथे आकाशस्य विषुववृत्त प्रेक्षकाच्या अगदीं नीट डोक्यावरून एकाच कमानीसारखे-पूर्व. क्षितिजापासून पश्चिमक्षितिजापर्यंत जाते. निरक्ष देशांत-सूर्य प्रह, व तारा उगवल्यापासून बरोबर १२ तासांनी किंवा तीस (३०) घटकांनी मावळतात. केव्हाहि कमीज्यास्त वेळ होत नाही. ह्याचें कारण असें कीं, ज्या अहोरात्रवृत्तांन (म्हणजे विषुवांशी समान्तर अशा अक्ष वर्तुळांन) रवि, प्रह व तारे दैनंदिनगतिमुळे फिरतात त्या वर्तुळांचा बरोबर अर्धाच भाग निरक्ष प्रदेशीं प्रेक्षकास दिसतो. त्यामुळे दिनमानांत कर्माजास्तपणा होत नाही. निरक्ष प्रदेशीं खखास्तिक बिन्दू डोक्यावरील विषुववृत्तांतच असतो. आणि ध्रुवबिंदू क्षितिजांत हीन असतो. निरक्ष देशांन उत्तरे-कडे येऊं लागले असता ध्रुवतारा क्षितिजांतून वर वर चढते, आणि विषुवाची कमान दक्षिणेकडे कळते. ध्रुव तारा, जितकी क्षितिजाच्यावर तितक्याच मानानें विषुवाची कमान खाली दक्षिणेकडे झुकलेली असते ध्रुव तारा वर येणें ह्या प्रकाराळा तिचें उक्तांश वाढत चालले असें म्हणतात. प्रेक्षकाचें स्थल जितके अंश विषुवाच्या उत्तरेस, तितकेच ध्रुव तारेचे उक्तांश. ह्यावरून नियम ठरला कीं, ध्रुवाचे जे उक्तांश तितकेच त्या स्थळाचे अक्षांश.

उत्तर अक्षांश स्थानी उत्तरेकडील अहोरात्रवृत्ताचा जो भाग क्षितिजाच्या वर दिसतो तो निम्यापेक्षा ज्यास्त दिसतो आणि त्याच मानानें विषुवाच्या दक्षिणेकडील अहोरात्रवृत्ताचा जो भाग दिसतो तो निम्यापेक्षाहि कमी असतो त्यामुळे अक्षांश जितके उत्तरेचे; किंवा प्रहाची उत्तर क्रान्ति जितकी अविक तितका तो प्रह क्षितिजाच्यावर बारा तासापेक्षा ज्यास्त काळ राहिल; आणि दक्षिण क्रान्तिचा, किंवा दक्षिण अहोरात्रवृत्तांन फिरणारा प्रह (उत्तर अक्षांशस्य) प्रेक्षकास बारा तासापेक्षा कमी वेळ क्षितिजाच्यावर दिसेल. म्हणून आपल्या इकडे उत्तरायणांत दिनमान ज्यास्त, आणि दक्षिणायनांत रात्रि-मान जास्त असते. रवि, चंद्र, प्रह किंवा तारा हे क्षितिजाच्यावर बारा तासापेक्षा जितके ज्यास्त वेळ राहतील त्या काळाचा जो निमा भाग त्याला चर संस्कार (काल) म्हणतात.

विषुववृत्ताचा जो आकार आहे त्यापेक्षा अहोरात्र वर्तुळांचा आकार क्रमशः कमी कमी होत होत ध्रुवस्थानी तो शून्य होतो. तथापि सर्व अहोरात्रवृत्तांचें अक्षपरिभ्रमण ६० घटिका किंवा २४ तासांतच पुरे होतें.

निरक्षदेशीं ध्रुव हा क्षितिजाच्या परिघांतच असतो. त्यामुळे पूर्वबिंदू आणि पश्चिम बिन्दू ह्याभ्यामप्ये ध्रुवांन निवून विषुवाशीं काटकोन करणारे जे महावृत्त किंवा महा-वर्तुळ तेहि क्षितिजांतच हीन झालेले असते, परंतु जसजसा ध्रुव बिन्दूवर येतो तसतसें व त्याच प्रमाणांत त्याच्याच बरोबर तें विषुवाशी पूर्व-पश्चिम बिन्दूत काटकोन करणारे

वृत्तहि वर उचललें जातें. ह्या महावर्तुलाळ उन्मंडल म्हणतात. उन्मण्डलाच्या अंत अहोरात्रवृत्ताचा जो भाग असतो तो वरोवर निमा असतो.

उत्तर अक्षांशप्रदेशांत अहोरात्रवर्तुलाचा जो अर्ध्यापेक्षा जास्त भाग दृष्टीच्या टप्प्यांत येतो, त्यापासूनच चर-भुज साध्य होतो. तो जास्त भाग उन्मंडलाच्याहि पलिकडे क्षिति-जापर्यंतच दिसावयाचा. उत्तर अक्षांशात हा तुकडा क्षितिजाच्या वर दिसतो. उन्मण्डल आणि क्षितिज ह्यांच्या मधील जो अहोरात्रवृत्ताचा (किंवा अक्षांश वर्तुळाचा) तुकडा त्यालाच क्षितिज्या म्हणतात. ही क्षितिज्या दक्षिण गोलार्तात म्हणजे विषुवाच्या दक्षिणे-कडील प्रदेशांत क्षितिज्याच्या खाली असते.

मध्यान्हवृत्त किंवा मुख्य याम्योत्तरवृत्त ह्यांच्या योगानें खस्वस्तिकामध्ये अहोरात्र वृत्ताच्या दृश्य भागाचे वरोवर दोन सारखे तुकडे पडतात; एक पूर्वविभाग आणि दुसरा पश्चिम विभाग. हा प्रत्येक तुकडा अहोरात्रवृत्ताच्या चतुर्थांशाइतका असतो.

चरसाधनाचा प्रकार सिद्धान्तगणितांत आणि आधुनिक पाश्चात्य गणितांत अगदी एकसारखाच आहे.

$$\frac{\text{पलमा}}{१२ \text{ अंगुले}} \text{ म्हणजे } \frac{\text{Shadow}}{12 \text{ Digits}} = \text{Tangent Latitude.}$$

घुज्या म्हणजे क्रान्तिची कोटिज्या (Cosine Declination) हें वर सांगितलेंच आहे.

$$\text{आणि } \frac{\text{क्रान्तिज्या} \times \text{पलमा}}{१२} = \text{क्षितिज्या; म्हणून क्षितिज्या} \times \text{त्रिज्या} \div \text{घुज्या} = \text{चर-ज्या.}$$

Ascensional Diff. क्रान्तिज्या = Sin Declination

$$\therefore \frac{\text{Sin Declination} \times \text{Shadow}}{\text{Cos Declination} \times 12} = \text{Sine Ascensional Difference.}$$

$$\therefore \text{Tan Declination} \times \text{Tan Latitude} = \text{Sin Ascensional Difference.}$$

वरील पद्धतीचें त्रैराशिक असेः—

१२ अंगुल कोटिमध्ये : जर अमुक पलमा : : तर घुज्येला म्हणजे क्रान्ति कोटिला किती ? उत्तर; क्षितिज्या;

पुनः त्रैराशिकः—

अमुक घुज्येला : जर अमुक क्षितिज्या : : तर त्रिज्येला किती : ह्याचें उत्तर; चरज्या विषुववृत्तस्य स्पष्टी (म्हणजे निरक्षदेशी) जे रवि-चन्द्र-मह; नक्षत्रादिकांचे उदय-काल होतात त्यांना लङ्कादय अशी संज्ञा आहे.

राशांचा मध्यान्हवृत्तछेदनकाल हा सर्वत्र संकोदयाशी समान असतो; कारण उन्मण्डल आणि मध्याम्योत्तर म्हणजे माध्यान्हवृत्त) ह्यांतील अन्तर सर्वत्र सारखेंच असते.

तत्कार्मुकमुदयक्रान्तीधनदानीपृथक्स्थिते ॥

स्वाहोरात्रचतुर्भागेदिनरात्रिदलेस्मृते ॥ ६२ ॥

याम्यक्रान्ताधिपर्यस्तेद्विगुणेतुदिनक्षपे ॥
विक्षेपयुक्तोनितयाक्रान्त्याभानामपिस्वके ॥ ६३ ॥

त्वरज्याचें धनु करून त्याचें अमु करावें तें अमु अहोरात्राच्या चतुर्थांशांत क्रान्ति उत्तर असल्यास मिळवावें म्हणजे (उदयगनांतील) दिनार्ध येतें (त्यावरून दिनमान कळेल), वजा केलें असतां राज्यार्ध येईल. ६२.

क्रान्ति दक्षिण असल्यास उलट संस्कार करावा (अहोरात्र चतुर्थांशांत) वजा करावें आणि राज्यार्धांत मिळवावें.

नक्षत्रांचीहि स्पष्ट क्रान्ति काढून हाच चर संस्कार केला असता त्यांचाहि उदयास्तकाळ काढता येतो. ६३.

स्पष्टीकरणः—सूर्य ज्या सायन राशींत असेल त्या राशीच्या उदयासुवरून चरज्येचें असु येतात. सामान्य रीत्या चरभुजाच्या जितक्या कला तितकेंच अमु मानल्यासहि दरकत नाही. क्षितिज्या उत्तर गोलार्धत अधिकाधिक दृग्गोचर होते. म्हणून निरक्ष दिनार्धांत चरामु मिळवावें. येथे अहोरात्राचा चतुर्थांश सांगितला तो निरक्ष दिनार्ध होय.

चंद्र, ग्रह, ग्रह आणि नक्षत्रे ह्यांचा रवि सापेक्ष उदय काढावयाचा तर प्रथम त्यांच्या विषुवांशांत रविचें त्रिषुवांश वजा करावें. आणि त्यावेळेपासून दिनार्ध साधावें.

भमोगोऽष्टशतीलिप्ताःखाश्विशीलास्तथातिथेः ॥
ग्रहलिप्ताभमोगात्तानिभुक्त्यादिनादिकम् ॥ ६४ ॥

—स्थिर नक्षत्रांचा भोग (अ० स्थिर नक्षत्रांचा विभाग) ८०० कलांचा आहे तिथीचा विभाग ७२० कलांचा. (म्हणजे रवि चंद्रांचें अन्तर ७२० कलांइतकें झालें कीं तिथी पूर्ण होते) ग्रहांचा जो राशीभोग त्यांच्या कला करून त्यांना ८०० नीं भागिले असतां भागाकार अश्विन्यादि गत नक्षत्रसंख्या दर्शवितो. बाकी रहाते ती वर्तमान नक्षत्रांच्या मुक्तकला. मुक्तकला ८०० कलांतून वजा केल्यास भोग्य कला किती राहिल्या तें कळेल. ग्रहांच्या दिनगतिवरून त्रैराशिकानें मुक्त आणि भोग्यदिन काढतां येतात. ६४.

स्पष्टीकरणः—उदयास्तादि आक्रमवृत्तस्य स्थितीचा संबंध त्रिषुव आणि आक्रम ह्यांच्या परस्पर गुंतागुंतीचा असल्याकारणानें ग्रहगतिचे गणित संपातकोनाच्या त्रिकोणासून निष्पन्न होतें म्हणूनच उदयास्तादि आणि ऋतुचक्रादि हे सायन असतात परंतु स्थिर-नक्षत्रांचे राशीपुंज हे निश्चल असल्यानें नक्षत्रविभाग आणि राशिविभाग हे निरयन घेतले पाहिजेत. आपल्या पंचांगांत नक्षत्रांशीं संबंध असलेल्या गोष्टी सूर्य निरयनच असतात. आणि नक्षत्र चक्राचा आरंभ रेवती पुंजातील निःशर तारेपासून होतो. रविचन्द्रांचे अन्तर ३६० अंश किंवा २१६०० कला झाले म्हणजे ३० तिथि होतात. अर्थात् एक तिथींत ७२० समाधिच असतात.

रवीन्दुयोगलिप्ताभ्योयोगाभभोगभाजिताः ॥

गतागम्याश्चपटिध्नाभुक्तियोगाप्तनाडिकाः ॥ ६५ ॥

श्लोक ६५—रविच्या भोगकला आणि चन्द्राच्या भोगकला ह्यांच्या बेरजेस ८०० कलांनी भागून भागाकार येईल ती संख्या विष्कंभ इत्यादि योगांची झाली बाकी राहिल ती वर्तमान योगांच्या मुक्तकला. त्या ८०० वून वजा केल्यास बाकी राहिल त्या भोग्य कला. [आठशें (८००) कला भोग होण्यास ६० घटका लागतात म्हणून] मुक्त-भोग कलाना ६० नी गुणून ८००ने भागिले असना योगाच्या मुक्त-भोग्य घटिका समजताळ.

अर्कोनचन्द्रलिप्ताभ्यस्तिथयोभोगभाजिताः ॥

गतागम्याश्चपटिध्नाभ्योभुक्त्यन्तरोधृताः ॥ ६६ ॥

श्लोक ६६—चन्द्राच्या भोगकलांमध्ये रविच्या भोगकला वजा कराव्या [म्हणजे रवि-चन्द्राचे अन्तर येईल त्यास] तिपभोगकलांनी भागिले म्हणजे भागाकार गततिथींची संख्या दर्शवितो. बाकी राहते त्या मुक्तकला. मुक्त-भोग्य कलांना ६० नी गुणून ७२० कलांनी भागिले म्हणजे चाश्र तिथीच्या मुक्त भोग्यघटिका येतात. ६६.

करण म्हणजे अर्धातिथी करणाचे दोन प्रकार आहेत. स्थिर-करणें, चल-करणें प्रथम स्थिरकरणें सांगतात.—

ध्रुवाणिशकुनिर्नागृतीयंतुचतुष्पदम् ॥

किंस्तुर्ग्रंतुचतुर्दश्याःकृष्णायश्चापरार्धतः ॥ ६७ ॥

ववादीनिततःसप्तचराख्यकरणानिच ॥

मासेऽष्टकृत्वएकैकंकरणानांप्रवर्तते ॥ ६८ ॥

कृष्णपक्षातील १४ दशांच्या उत्तरार्धाळा शकुनि करण म्हणतात. अमायास्येच्या पूर्वार्धा नाग-करण; उत्तरार्धी चतुष्पद; आणि प्रतिपदेच्या पूर्वार्धी किस्तुर्ग्र ह्याप्रमाणें चार करणें अगदी ओळीने येतात. ६७.

नंतर शुक्र प्रतिपदेच्या उत्तरार्धापासून कृष्णचतुर्दशांच्या पूर्वार्धापर्यंत चव आदि सात करणें पुन पुनः ह्याप्रमाणें आठ वेळां येतात. म्हणूनच तीं चर करणें होत. एका चान्द्र मासांत सात करणाची आठवेळ पुनरावृत्ति होते. ६८.

तिथ्यर्द्धभोगंसर्वेषांकरणानांप्रकल्पयेत् ॥

एपास्फुटगतिःप्रोक्तास्त्वर्थादीनांखचारिणाम् ॥ ६९ ॥

तिथिचा अर्धभोग म्हणजे एक करण होते हा नियम सर्व करणाना लागू आहे. ह्याप्रमाणें हे मयासुरा, रवि-चंद्र आणि ग्रह ह्यांच्या स्थिति आणि गति स्पष्ट करण्याची रीति तुजला ह्या अध्यायांत सांगितली आहे. ६९.

स्पष्टाधिकार समाप्त.

(त्रिप्रश्नाधिकाराची भूमिका.)

सप्टगणिताची भूमिका अथवा पाया पाहता आकाश गोलाचें ज्ञान आणि आकाशस्य गोलाचे वेध घेण्याचो करामत हा आहे आकाशाचा गोल किंवा आंतील तारकापूर्ण निळी पोकळी निरनिराळ्या ठिकाणाहून निरनिराळ्या स्थितिची दिसते. तरी त्या स्थितिच्या दृश्यांतहि कांहींतरी सारखेपणा आहे. पाहिली गोष्ट क्षितिज ही होय प्रत्येक भू भागाची दृश्यमर्यादा क्षितिज ही आहे ठिकाण जरा किंचित बदललें तरी क्षितिजहि बदलतें परंतु त्याचा कोणताहि भाग नष्ट होत नाही. क्षितिज अस्पष्ट आहे दुसरी गोष्ट म्हणजे क्षितिजाचा मध्यबिन्दू क्षितिज हें वर्तुळ आहे त्याचा मध्यबिन्दू प्रेक्षक उभा आहे तीच जागा, आणि त्याच्या अगदी डोक्यावरचा आकाशातील बिन्दू. त्याला स्व-स्वास्तिक म्हणतात त्याची खूप 'स' हें अक्षर होय. प्रहगणिताचा सबब आकाशाशी असल्याकारणानें क्षितिजाचा मध्यबिन्दू आकाशातीलच वेतला पाहिजे क्षितिज म्हणजेच भूक्षितिज आणि आकाश ह्यांचे ऐक्य म्हणून भूक्षितिज आणि आकाशक्षितिज हें एकच अर्थात् क्षितिजाचा मध्यबिन्दू आकाशातहि असणार ह्याला "ख-मध्य" असेहि म्हणतात. ग्लासातील किंवा बाटलीतील पाण्याची पाणसळ (लेव्हल) ज्याप्रमाणें तीच कायम, मग तो ग्लास किंवा शिशी तुम्हां उभी, कलती, आडवी वाटेळ तशी ठेवा, त्याप्रमाणें आकाश गोल वाटेळ त्या स्थितीत असला तरी क्षितिजाची पाणसळ केव्हांहि (लेव्हल) तीच.

आकाशाची रूपरेषा चित्रित करताना प्रथमवर्तुळ काढण्याचें, कारण आकाश ही एक गोल पोकळी आहे म्हणून वर्तुळाच्या मध्यबिन्दूतून जाणारी एक व्यास रेषा (पाणसळीत)काढावी. हेंच क्षितिज (आकृति पहा.) तीत क्षि ति(-ज) रेषेने क्षितिज दाखविलें आहे वर्तुळाच्या कमानदार परिघाच्या शिरोभागी "स" हा स्वस्वास्तिक बिन्दू दाखविला आहे ज्या आकृतिमध्ये क्षितिज दाखविलें असतें अशी कोणतीहि आकृति नेहमी ह्याच स्वरूपात असावयाची. त्यांत बदल नाही निरनिराळ्या स्थलानुरोधानें क्षितिज व खमध्य ह्यांच्या अपेक्षेनें तांच्याचें स्थान आकृतिमध्ये बदलेंलें दिसेल परंतु क्षितिज आणि स्वमध्य ह्यांची स्थिति आकृतिमध्ये केव्हांहि बदलणार नाही.

निरक्ष देशांत (म्हणजे त्रिपुनवृत्ताखालील भू प्रदेशांत) गेलें असतां विपुत्र हे प्रेक्षकाच्या डोक्यावर पूर्वपश्चिम कमानां सारखें दिसेल तीच कमान आकृति मध्ये दाखविली आहे खमध्य अर्थातच त्याच्याच ठिकाणी असणार पण त्रिपुनवृत्त हें मात्र खमध्यातून पूर्वपश्चिम जातें असें दिसेल, म्हणूनच त्रिपुनवापसून नेहमी नव्वद अशावर असणारे पुत्र बिन्दू हें क्षितिजांतच दिसतील. त्रिपुनवृत्ताशी समान्तर अशी जी अक्षाश वृत्ते- (ज्यांना अहोरात्रवृत्ते हि म्हणतात.) तीं मात्र निरक्षदेशी क्षितिजाशी काटकोनात आहेत असें आढळेल.

विपुत्र हें (निरक्षदेशी) खमध्यातून पूर्वपश्चिम जातें म्हणून त्याच पातळींत सपाट, भूमि-वर सरळरेषा काढली तर तीहि त्याच्या पूर्व-पश्चिम बिन्दूतूनच जाईल. हे पूर्व-पश्चिम बिन्दू कोठल्याहि ठिकाणाहून पाहिले तरी क्षितिजामध्येच असणार. आकृति मध्ये त्यातील क्षितिजामध्ये "ध्रु"

(९) "ख-"पूर्व ह्या लम्बरेषीं समान्तर असें लम्ब प्रत्येक अहोरात्र वृत्ताच्या याम्यो-
त्तरातील छेदबिन्दूपासून क्षितिजापर्यंत काढता येतात. ह्यांचा अहोरात्रार्शी याम्योत्तरामध्ये
जो कोन होतो ते अक्षांश अर्थात् जेव्हा विपुत्रच खमध्यातून जाते, किंवा क्षितिजार्शी एक-
रूप असते; तेव्हा अहोरात्र वृत्ताचा ह्या लम्बाशी कोनच होत नाही. म्हणून तेव्हा अक्षांशान्य
किंवा नव्वद असतात.

ह्या प्रमाणे अक्षांश-निदर्शक असे जे जे कोन होतात त्यांचा विचार ह्या त्रिप्रश्नाधिकारांत
केला आहे.

स्वस्थितिकांतून क्षितिजाच्या (म्ह० क्षितिजवर्तुळाच्या) प्रत्येक अंश (कला) पर्यंत
काल्पितेजी जी क्षितिजार्शी लम्बरूप वर्तुळें त्यांना दिङ्मण्डलें म्हणतात, तीं आकृतांमध्ये दाख-
विली आहेत.

विपुत्राचा जशी ध्रुवप्रोत वर्तुळें लम्ब, त्याप्रमाणें क्षितिजाला दिङ्मण्डलें लम्बरूप असतात.

तारा, ग्रह आणि रवि-चन्द्र हे पृथ्वीच्या दैनंदिन-(अक्ष) भ्रमणामुळे दररोज कोणत्या-
तरी अहोरात्र वृत्तांतून (अथवा विपुत्र)-समान्तर वृत्तांतून पूर्व-पश्चिम भ्रमण करितात. ह्यामुळेच
स्थिरनक्षत्राचा नाक्षत्रदिन आणि रविचा सावनदिन हे अनुमवास येतात. सावनदिन हाच
आपला व्यावहारिक दिवस असतो.

स्थिरनक्षत्रांना गति नसल्यानें ती यशोवर समान्तर वृत्तांतूनच फिरतात.

(क) परंतु-रवि-चन्द्र आणि ग्रह ह्यांना स्वतःची गति (अहोरात्रवृत्तांशी न जमणारी
अशी) असते त्या कारणाने ते ज्या अहोरात्रावृत्तावर क्षितिगांतून वर येतात त्याच अहोरात्र
वृत्तावर ते मावळत नाहीत. ही गति हिशेबांत घेऊन त्यांचें स्थान ठरवावे लागते.

तथापि नुसत्या उपपत्तीच्या दृष्टिनें ह्यांची गति हिशेबांत घेण्याचें कारण नाही, फक्त
रवि-चन्द्र त्याच अहोरात्र वृत्तांतून फिरत नाहीत येवढें ध्यानांत असले म्हणजे पुरे.

सूर्य दररोज कोणत्याना कोणत्यातरी अहोरात्र (म्हणजे विपुत्र समान्तर) वृत्तांतून
फिरतो. म्हणून सपाट (पाणसळ) जमीनीवर एका लोह-कील अगदी उभा (लम्ब) असा
रोंवून ठेवला तर त्याची छाया सूर्याच्या उलट बाजूकडे सकाळपासून संध्याकाळपर्यंत कोटेना
कोठेंतरी पडेलच.

ही छाया सूर्य उगवताच प्रथम पश्चिमेकडे लांबवर पसरलेली पडते, नंतर सूर्य जसजसा
वर चढत जातो तसतशी कमी कमी होत सूर्य मध्यान्ही आला म्हणजे छाया (त्या दिवसाच्या
मानाने) अगदी कमीहोते. नंतर मध्यान्ह उलटल्यावर ती छाया पुनः वाढू लागते आणि
अस्ताच्या वेळी पुनः लांबच लांब अशी (परंतु सकाळच्या छायेच्या) अगदी उलट दिशेकडे
पसरते.

(ख) म्हणून दररोज किंवा चार चार दिवसांनी सूर्याची छाया मध्यान्हाच्या घोडावेळ
आगोदर आणि नंतर घोडावेळ पर्यंत अशी जमीनीवर चिन्हित केली म्हणजे दररोजच्या कमीत
कमी छायेचा बिन्दू कोणता तें भिनचूक समजेल. आणि मध्यान्हदृष्ट अथवा मुख्य याम्योत्तर
हे न बदलणारे असल्यानें यादरून याम्योत्तराची दिशा सूक्ष्मपणें निश्चित होईल.

हे ध्रुवबिन्दु आणि "ख" हा विपुवाच्या कमानीचाहि मध्य आहे. विपुव हें पूर्वपश्चिम असल्याने त्याची पूर्ववाजुची कोर "ख-पू" ह्या लम्बरेपेने दाखविली आहे. विपुवाशी जी समान्तर अक्षवृत्ते तीहि अर्थात्च लम्बरेपानीच दाखविली जातात. जो कोन विपुवाचा क्षितिजाशी असतो अक्षांशवृत्तांचा किंवा अहोरात्रवृत्तांचाहि क्षितिजाशी असेल. ध्रुव बिन्दू हें क्षितिजांतच जिरले असल्याने ध्रुवबिन्दूतून निघून विपुवाशी काटकोन करणारी जी ध्रुवसूत्रवृत्ते त्यांपैकी पूर्वबिन्दूतून जाणारे जें वृत्त तेहि क्षितिजाशीच एकरूप झालेलें असतें.

ही आकृति निरक्षदेशाची झाली. तेथें विपुवाच्या कमानीचा मध्य आणि खमध्य हे एकच असल्याने तेथें क्रान्ति शून्य असें समजतात म्हणूनच तो निरक्षदेश. विपुवाच्या एक अंशउत्तरेकडे गेलें म्हणजे विपुवाच्या कमानीचा मध्य आणि खमध्य ह्यांत एक अंशाचें अन्तर पडेल; म्हणजे विपुवाची कमान खमध्याच्या दक्षिणेकडे एक अंश झुकलें; आणि ध्रुव बिन्दू क्षितिजापासून एक अंश वर उचलून येईल. विपुवाच्या कमानीच्या दक्षिणेकडे जितक्या अंशाचा झुकावा, तितकाच उत्तर ध्रुवबिन्दू क्षितिजापासून वर उचललेला. म्हणून त्या स्थळाचे तितकेच अक्षांश अशी परिभाषा ठरली आहे. विपुव दक्षिणेकडे १९ अंश झुकलें (म्हणजे विपुवाचे दक्षिण नतांश १९ झाले) तर उत्तर ध्रुव बिन्दू १९ अंशच क्षितिजाच्या वर उचललेला दिसेल. असें झालें म्हणजे त्या स्थळाचे अक्षांश उत्तरेचे १९ अंश असें सांगायें ही पद्धति वर सांगितलीच आहे. जशी विपुवाची कमान निरक्षदेशी खमध्यातून जात होती, त्याचप्रमाणे ध्रुवबिन्दूवर उचलतां उचलतां आणि विपुव खाली झुकतां झुकतां क्षितिजाशीं टेकलें कीं ध्रुव बिन्दू खमध्याशीं मिळतो. म्हणजे त्या ठिकाणचे अक्षांश ९० होऊन ध्रुवबिन्दू डोक्यावर येतो, विपुव आणि क्षितिज एकत्र होतें, आणि अहोरात्र वृत्तें क्षितिजाशीं समान्तर राहतात. ही स्थिति आकृति मध्यें दिसेल.

आकृतिमध्ये निश्चित गोष्टी अशा दिसतात:—

- (१) क्षितिज रेखा ही नेहमीं आडवी (पाणसळीत) असतें.
- (२) 'ख' आणि पूर्व-बिन्दू ह्यांना सांधणारी रेखा क्षितिजाशी लम्ब असून ती क्षितिजरेपेच्या मधोमध असतें.
- (३) अहोरात्रवृत्तें अथवा अक्षांशवृत्तें विपुवाशीं समान्तर असतात.
- (४) ध्रुववृत्तें हीं विपुवाशीं आणि अहोरात्र वृत्ताशीं काटकोनच करितात.
- (५) पूर्वबिन्दूतून जाणारे जें ध्रुव-सूत्र किंवा ध्रुववृत्त त्याला उन्मण्डल म्हणतात; आणि "ख" स्थितिकांतून जाणारे जें ध्रुवसूत्र तें दक्षिणोत्तर अथवा याम्योत्तर होय.
- (६) जितके विपुवाचे नतांश तितकेच ध्रुवाचे उन्नतांश आणि तितकेच त्या स्थळाचे अक्षांश.
- (७) उन्मण्डलाचा क्षितिजाशी किंवा, विपुवाच्या कमानीचा ख-मध्याशी जो कोन तेच अक्षांश. (असें आकृतीच्या योगानें स्पष्ट दिसतें).
- (८) वर (२) मध्यें दाखविलेली जी "ख-" पूर्वबिन्दूरूप लम्बरेखा तिच्याशी अहोरात्रवृत्तांचा जो कोन तेहि अक्षांश.

(९) “सु”पूर्व ह्या लम्बरेपेशी समान्तर असे लम्ब प्रत्येक अहोरात्र वृत्ताच्या याम्यो-
चरातील छेदबिन्दूपासून क्षितिजापर्यंत काढता येतात. ह्यांचा अहोरात्रार्शी याम्योत्तरामध्ये
जे कोन होतो ते अक्षांश अर्थात् जेव्हा विपुवच समभ्यातून जाते, किंवा क्षितिजार्शी एक-
रूप असते; तेव्हा अहोरात्र वृत्ताचा ह्या लम्बाशी कोनच होत नाही म्हणून तेव्हा अक्षांशशून्य
किंवा नन्वद असतात.

ह्या प्रमाणे अक्षांश निदर्शक असे जे जे कोन होतात त्यांचा विचार ह्या त्रिप्रश्नाधिकारांत
केला आहे.

सूर्यस्वस्तिकांतून क्षितिजाच्या (म्ह० क्षितिजमर्तुळाच्या) प्रत्येक अंश (कला) पर्यंत
कल्पिलेली जी क्षितिजार्शी लम्बरूप वर्तुळे त्यांना दिग्मण्डले म्हणतात. ती आकृतीमध्ये दाख-
विली आहेत

१ विपुवाटा जर्शी ध्रुवप्रोत वर्तुळे लम्ब, त्याप्रमाणे क्षितिजाला दिग्मण्डले लम्बरूप असतात.

तारा, ग्रह आणि रवि-चन्द्र हे पृथ्वीच्या दैनंदिन—(अक्ष) भ्रमणामुळे दररोज कोणत्या-
तरी अहोरात्र वृत्तातून (अथवा विपुव)—समान्तर वृत्तातून पूर्व-पश्चिम भ्रमण करितात. ह्यामुळेच
स्थिरनक्षत्रांचा नाक्षत्रादिन आणि रविचा सावनदिन हे अनुभवास येतात. सावनदिन हाच
आपला व्यावहारिक दिवस असतो.

स्थिरनक्षत्रांना गति नसल्याने ती वर्षोवर्ष समान्तर वृत्तातूनच फिरतात.

(क) परतु-रवि-चन्द्र आणि ग्रह ह्यांना स्वतःची गति (अहोरात्रवृत्तांशी न जमणारी
अशी) असते त्या कारणाने ते ज्या अहोरात्रवृत्तावर क्षितिजातून वर येतात त्याच अहोरात्र
वृत्तावर ते मावळत नाहीत. ही गति हिशेबात घेऊन त्यांचे स्थान ठरवावे लागते

तथापि नुसत्या उपपत्तीच्या दृष्टिने ह्यांची गति हिशेबात घेण्याचे कारण नाही, फक्त
रवि-चन्द्र त्याच अहोरात्र वृत्तातून फिरत नाहीत येवढे घ्यानांत असले म्हणजे पुरे

सूर्य दररोज कोणत्याना कोणत्यातरी अहोरात्र (म्हणजे विपुव समान्तर) वृत्तातून
फिरतो. म्हणून सपाट (पाणसळ) जमीनीवर एरू लोह-क्रील अगदी उभा (लम्ब) असा
रोंबून ठेवला तर त्याची छाया सूर्याच्या उलट बाजूकडे सकाळपासून सध्याकाळपर्यंत कोठेना
कोठेतरी पडेळच

ही छाया सूर्य उगवताच प्रथम पश्चिमेकडे लांबवर पसरलेली पडते, नंतर सूर्य जसजसा
वर चढत जातो तसतशी कमी कमी होत सूर्य मध्यान्ही आला म्हणजे छाया (त्या दिवसाच्या
मानाने) अगदी कमीहोते नंतर मध्यान्ह उलटल्यावर ती छाया पुन बाजू लागते आणि
अस्ताच्या वेळी पुन लांबच लांब अशी (परतु सकाळच्या छायेच्या) अगदी उलट दिशेकडे
पसरते.

(ख) म्हणून दररोज किंवा चार चार दिवसांनी सूर्याची छाया मध्यान्हाच्या थोड्यावेळ
आमोदर आणि नंतर थोड्यावेळ पर्यंत अशी जमीनीवर चिन्हित केली म्हणजे दररोजच्या कमीत
कमी छायेचा बिन्दू कोणता ते बिनचूक समजेल. आणि मध्यान्हदृष्ट अथवा मुख्य याम्योत्तर
हे न बदलणारे असल्याने यावरून याम्योत्तराची दिशा सूक्ष्मपणे निश्चित होईल.

अक्षांशकोनाच्या प्रचाराप्रमाणे छायेचा विचारहि त्रिप्रश्नाधिकारामध्ये येतो.

छायासाधन हे सूर्यचन्द्राच्या प्रकाशांत करता येते आणि ज्याच्या जवळ तिरोरीक्षण (दुर्बीण) नसेल त्यांना छायासाधनासारखे कमीसर्चाचे परंतु सूक्ष्म आणि निश्चित असे दुसरे साधन नाही.

हात चूक असण्याचा सभय येवदाच की, भूभाग अगदी सपाट असा करता आला पाहिजे आणि तिच्यामध्ये अगदी सरळ वारीक लोहकील पूर्णपणे ओळज्यात राहिल असा बसला पाहिजे.

परंतु ही अडचण तिरोरीक्षणाना (दुर्बीणनाहि) लागू आहेत.

(ग) दुसरे साधन क्षितिजापासूनचे उन्नतांश, किंवा ख मव्यापासूनचे नतांश मोजता येईल असे नतोन्नत यंत्र हे काम तुरीय यंत्रानेहि होतें

मोठमोठ्या वेधशाळांतून हे काम भित्तिपन्नाने किंवा अधिक्रमण यंत्राने दुर्बीणीने करितात वेध घ्यावयाची प्राथमिक साधने (अधिक्रमणयंत्र आणि अप्रामापनयंत्र, आणि त्याहिपेक्षा सुलभ अशी) छायायंत्र. नतोन्नतयंत्राविषयी वर्णन देण्यापेक्षा तें पाहण्यानेच त्याची सुगमता लक्षात येईल.

छायेने रविचन्द्राचे नतांश कळतात उम्या लोहकीलाचें टोक (तें आकाशाला भिडेल तो पर्यंत उच वाढविले अशी कल्पना केल्यास) खस्वस्तिकाळा टेकेल. अर्थात् तो लहानसा भूमिच्या सपाटीला लम्ब असतो. त्याची उची कोणत्याहि मापाने चारा घरावयाची. मग चारा अडगुळें, चारससू, (चारा इच) काय वाटेल तें माप घ्या अशा दृष्टीने आकृति (पहा) पाहिल्यास लोहकीलाची छाया कशी पवते तें लक्षात येईल त्या आकृतिमध्ये लोहकील ही निश्चित उची कील रोवला आहे तेथे क हा काटकोन छाया (म्हणजे तिची छाया) हा भुज आणि रविकिरण हा कर्ण असल्याने न क या हा काटकोनी छाया त्रिकोण झाला छाया हे प्रमाण बिनचूक समजतें. व तो लोहकील प्रमाणांक “न” ह्या कोनाची स्पर्शरेखा होतो व त्याकारणाने “न” कोनहि कळणे “ख” मव्यापासून रवि झुकता असल्याने “न” कोन हा रविचा नतांश कोन होय आणि रवि ज्या दिशेने विपुलावर असेल त्या दिशेच्या छायेने विपुलाचे नतांश कळतात व (६) प्रमाणे तेच अक्षांश असतात.

हाप्रमाणे मध्यान्हछायेने सुगोलांतील अनेक काटकोन त्रिकोणाचीं मानें समजतात. आणि त्रिप्रश्नाधिकाराचा हेतूहि तोच आहे अशा त्रिकोणामध्ये कोणत्या तरी एका कोनाच्या टोकाशी स्पष्टग्रह असतो म्हणून स्पष्टग्रह साधना नंतरच त्रिप्रश्नाधिकार घेतला त्रिप्रश्न म्हणजे तीन मुख्य साधने तीं काल, दिक् आणि प्रेक्षकाचें किंवा आकाशज्योतिचें स्थान ह्यांचे परस्पर संबंध निश्चित करणे हेच त्रिप्रश्नाधिकाराचें उद्दिष्ट आहे

प्रमेयें.

भूमितिची जी प्रमेये अभ्यासकांस उत्तम अवगत आहेत असे सिद्धांतकार समजतात त्यापैकी काहीं प्रमेयें.

(१) एकाच वर्तुळाच्या सर्व त्रिज्या परस्परांशी (लांबांच्या दृष्टीने) तंतोतंत बरोबर असतात.

(२) निश्चित परिमाणांतील कोन त्याच जातीच्या परिमाणांतील कोनांशी बरोबर असतात. उदारणार्थ कोणत्याहि समभुज त्रिकोणाचा कोणताहि कोन एका काटकोनाच्या ३ असतो.

कोणत्याहि चौरसाचा (म्हणजे काटकोन समभुज चौकोनाचा) प्रत्येक कोन हा काटकोन असतो;

(३) सर्व काटकोन परस्परांशी बरोबर असतात.

(४) समान्तरचौकोनाच्या समोरासमोरील बाजू परस्परांशी बरोबर असतात. तसेच समोरासमोरील कोन बरोबर असतात.

(५) सरळरेषानी परस्परांचा छेद केल्यास (छेदाच्या ठिकाणी होणाऱ्या चार कोनांपैकी) समोरा समोरील कोन परस्परांशी बरोबर असतात.

हा कोनांस अभिमुख (opposite) कोन म्हणतात.

(६) समान्तर चौकोनाचेपरस्परांच्या समोरील (म्ह० परस्पराभिमुख) कोन सरळ रेषेने जोडले म्हणजे त्या रेषेला आयाम (Diagonal) म्हणतात.

ही आयाम-रेषा आणि चौकोनाची कोणतीही बाजू यांचा कोन, आणि त्याच बाजूच्या अगदी समोरची बाजू आणि आयाम. रेषा ह्यांचा कोन, हे परस्परांशी बरोबर असतात. अशा कोनांना परिवर्ती कोन (Alternate angles) म्हणतात.

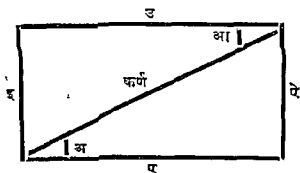
(७) एका त्रिकोणाच्या कोणत्याहि बाजू त्याच्याशी समकोन अशा दुसऱ्या त्रिकोणाच्या बाजूशी अनुक्रमाने प्रमाणबद्ध असतात. ह्यांना प्रमाण-मित (proportional) बाजू म्हणतात.

(८) कोणत्याहि काटकोनी त्रिकोणांत काटकोनासमोरील (अ) बाजूस कर्ण म्हणतात. आणि ज्यांच्यामध्ये काटकोन असतो त्या रेषांना कोनाचे बाहू म्हणतात.

(आ) काटकोन त्रिकोणांतील कोणत्याहि एका बाहूला मुजरेपा अथवा मुजऱ्या म्हटले-तर दुसऱ्या बाहूला कोटि असे म्हणावयाचे. आणि कोटिला मुजऱ्या म्हटले तर मुजऱ्याला कोटि म्हणावयाचे, परंतु

(इ) कर्ण आणि कोणताहि बाहू ह्या मधील कोनाच्या समोरची जी बाजू ती त्याच कोनाची भुजऱ्या असते आणि खुद त्या कोनाचा बाहू ही कोटिऱ्या ह्यांत मात्र अदलाबदल कधी न्हावयाचा नाहीं. कोनाच्या लगतचा बाहू ही कोटिऱ्या आणि कोनासमोरचा बाहू भुजऱ्या. तेव्हां

(ई) कर्ण^२ = भुजऱ्या^२ + कोटिऱ्या^२ किंवा
भुजऱ्या^२ = कर्ण^२ - कोटिऱ्या^२; आणि
कोटिऱ्या^२ = कर्ण^२ - भुजऱ्या^२.



आ कोनाची भुजज्या. इ
आणि कोटिज्या. उ.

अ कोनाची भुजज्या. ऐ;
आणि कोटिज्या. ए.

भुजज्या कोटक

अंश	भुजज्या कला	कोटिज्या कला	उत्क्रमज्या कला	अंश	भुजज्या कला	कोटिज्या कला	उत्क्रमज्या कला
०	०	(३४३८)	०	१९	११२०.७		
१	५८.४			२०	११७५.७९		
२	११६.८९			२१	१२३०.८		
३	१७८.७			२२	१२८९.२५		
३	(२२५)	(३४३१)	७	२२	(१३१५)	(३१७७)	२६१
४	२४०.६			२३	१३४४.२५		
५	२९९.१			२४	१३९९.२६		
६	३५९			२५	१४५५.२७		
७	४१९.४			२६	१५०५.८		
७	(४४९)	(३४०९)	२९	२६	(१५२०)	(३०८४)	३५४
८	४७७.८			२७	१५६०.८		
९	५३६.३			२८	१६१५.८		
१०	५९२.२			२९	१६६७.४३		
११	६५६.६			३०	(१७१९)	(२९७७)	४६१
११	(६७१)	(३३७२)	६६	३१	१७७७.५७		
१२	७१५.१			३२	१८२२.१४		
१३	७७३.५			३३	१८७३.७१		
१४	८३१.९			३३	(१९१०)	(२८५९)	५७९
१५	(८९०.४)	(३३२१)	११७	३४	१९२५.२८		
१६	९४८.८			३५	१९७३.४१		
१७	१००३.९			३६	२०२१.५४		
१८	१०६२.३			३७	२०६९.८७		
१८	(११०५)	(३२५६)	१८२	३७	(२०९३)	(२७२८)	७१०

॥ अथ त्रिप्रश्नाधिकारः ॥

शिलातलेऽभ्युसंशुद्धेवज्जलेपेऽपिवासमे ॥

तत्रशंक्कुलैरिष्टैः सममण्डलमालिखेत् ॥ १ ॥

प्रथमतः एका घोंटांव फरसबन्दीवर किवा सीमेंट संघळा लावून घोटलेल्या चुनेगळ्ची जमिनीवर—ती फरसबन्दी अथवा जमीन निखाळस पाणसर्झांत आहे अशी अगोदर खात्री करून काही विशिष्ट त्रिज्येने एक वर्तुळ काढावे. ही त्रिज्या एका लोहकोला इतक्या लांबीची असावी. हा लोहकोल (अथवा लोखण्डाची सरळ सळई) सामान्यतः वारा अंगुळे उंचीचा असतो.— (ह्याला शंकु म्हणतात.) ह्या वर्तुळाला सममण्डल म्हणतात.— ?

असा हा लोहकोल त्या वर्तुळाच्या मध्यबिंदूत अगदी सरळ उभा बाळगण्यांत राहिल असा रोवावा. [शंकूची उंची कितीहि असली तरी ती “ वारा ” आहे असे समजून त्या मानाने मोजणी करावी.]

तन्मध्येस्थापयेच्छंक्कुलपनाद्वादशाङ्गुलम् ॥

तच्छायाग्रंस्पृशेद्यत्रवृत्तेपूर्वापरार्धयोः ॥ २ ॥

तत्रविन्दुं विधायोभौवृत्तेपूर्वापरार्धौ ॥

तन्मध्येतिमिनारेखाकर्त्तव्यादक्षिणोत्तरा ॥ ३ ॥

याम्योत्तरदिशोर्मध्येतिमिनापूर्वपश्चिमा ॥

दिङ्मध्यमत्स्यैः संसाध्याविदिशस्तद्देवहि ॥ ४ ॥

लोहकोलाच्या टोकाची छाया मध्यान्हपूर्वी एकदा, आणि मध्यान्हानंतर एकदा याप्रमाणे दिवसांतून दोन वेळे त्या सममण्डलाला (वर्तुळ परिघाला) जेथे स्पर्श वरील, त्या ठिकाण वरोवर खुणा करून ठेवाव्या. ह्या खुणा सरळ रेषेने जोडल्यास ती (सुमाराची) पूर्व-पश्चिम दिशा-दर्शक अशी रेषा होईल. (परंतु तिला क्रांति-संस्कार करावा. तेव्हाच ती वरोवर पूर्वापर दर्शक होईल). ह्या पूर्वापर रेषेला काटकोनांत दुसरी रेषा केंद्रासोबत काटली म्हणजे ती दक्षिणोत्तर दिशा-दर्शक होते.— ३

किंवा प्रथमतः छायेनेच दक्षिणोत्तर दिशा वरोवर निश्चित करून तिथ्यावरून केंद्रासोबत पूर्वापर रेषा ठरवून घ्यावी. नंतर ह्या चार दिशांच्या मधील दुमन्या दिशादि रेषांनी आवाऱ्या—४.

स्पष्टीकरणः—दिशासाधन अगदी बिनचूक होणे हेंच वेध घ्यावेचे प्रथम साधन आहे. ह्यांत कल्पकता आणि सराव ह्यांचाच उपयोग आहे. आमच्या अनुमयास असे आले आहे की, पूर्वापर दिशा ठरविण्यापेक्षा दक्षिणोत्तर दिशासाधन करणे हें सातले त्यांत कमी त्रासाचे आहे. शंकूची छाया ही रोज एका विशिष्ट प्रकारची वारंवार दाखविते. त्यांत शंकु मूलापासून जो अत्यंत जमळचा बिन्दू तो दक्षिणोत्तर दिशेत असतो. ह्याप्रमाणे एक दोन आठवडे हे बिन्दू खुणांनी ठाम केल्यास याम्योत्तर रेषा बिनचूक सापडते. ह्यांकापत्रानेहि दिशासाधन केल्यास खूपलमानाने दक्षिणोत्तर दिशा समजेल.

सूर्य हा विपुत्रवृत्तावर दोन दिवसांपेक्षा कांहीं कमीच इतका वेळ असतो. बाकीच्या दिवसांत तो विपुत्राच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस असतो म्हणून वर लिहिल्याप्रमाणे सम-मण्डल वृत्तावर जरी खुणा केल्या तरी त्यांना जोडणारी रेखा नेमकी पूर्वापर वृत्तावर येत नाही. त्यांत थोडे अंतर पडते; तरी २२ जून आणि २२ डिसेंबर ह्या अयन संघीच्या-वेळीं रवीची क्रान्ति अगदीं थोडी असते, त्या वेळीं दिशासाधन केल्यास तें पुष्कळच विनचूक होईल. इतर दिवशीं क्रान्तिच्या आधिक्यामुळे पूर्वाण्दिचा छायास्पर्श अपराण्दिच्या छायास्पर्श विन्दूच्या अगदीं नेमका उलट दिशेप नसतो. म्हणून मास्कराचार्यांनी क्रान्ति-संस्कार सांगितला आहे तो करावा.

चतुरस्रवह्निः कुर्यात्सूत्रैर्मध्याद्विभिगतैः ॥

भुजसूत्राङ्गुलैस्तत्रदत्तैरिष्ट प्रमास्मृता ॥ ५ ॥

पूर्वापररेखा आणि याम्योत्तररेखा ज्या ठिकाणी सममण्डलास छेदन करतात त्या ठिकाणी त्या वर्तुळास स्पर्शरेखा काढून एक चौरस चौकोन (ज्याच्या बाजू समसमान आणि कोन काट-कोन असा) आलावा. ह्याच चौरसामध्ये शंकूची छाया दररोज मध्यान्हीं (सूर्य) नताशांच्या दोग्ये (sine) इतकी लांब पडेल. तिला इष्टछाया म्हणतात.—५.

प्राक्पश्चिमाश्रितारेखाप्रोच्यतेसममण्डलम् ॥

उन्मंडलंचविपुत्रन्मण्डलं परिकीर्त्यते ॥ ६ ॥

ह्याच पूर्वापर (म्हणजे पूर्वपश्चिम दिशादर्शक) रेखा सममण्डल म्हणतात. पूर्वपश्चिम विन्दूतून जाणारे जें ध्रुव-प्रोतवृत्त त्याला उन्मण्डल, आणि विपुत्राला विपुत्रमण्डल म्हणतात.—६.

रेखाप्राच्यपरासाध्याविपुत्रद्वाग्रगातया ॥

इष्टच्छायाविपुत्रतोर्मध्यमग्राभिधीयते ॥ ७ ॥

मध्यान्हीं शंकुछाया वरोबर याम्योत्तरावरच पडली पाहिजे; आणि अशा रीतीने याम्यो-त्तरावरील छायाप्र विन्दूतून पूर्वापर रेखा समान्तर अशी दुसरी एक सरळरेखा काढली आणि ती सममण्डल वर्तुळाच्या परिघापर्यंत मिडविळी तर पूर्वाविंदू आणि इतर कोणत्याहि दिवशीची छाया ह्यांच्यातील दक्षिणोत्तर अन्तराला अग्रा म्हणतात.

स्पष्टीकरणः—श्लोक ७ ह्याचे पूर्वी श्लोक १२ चें उत्तरार्थ “ एवं विपुत्रती छाया स्वदेशे या दिनार्धजा ” ॥ इत्यादि श्लोक पाहिजे होता. कारण पलभा म्हणजे काय हें प्रथम सांगितलें पाहिजे. परंतु श्लोकांची उलटापालट झाली आहे असें दिसते. संदर्भ नसताना “ त्रिगत कृत्यो युगे मानां चक्रं प्राग् अवलम्ब्ये ” हे अयनांशाचे श्लोक आले आहेत ते विलग दिसतात.

सूर्य विपुत्रवृत्तावर येतो त्याच दिवशीं लोहकीलाच्या मध्यान्हे छापेची जी अङ्गु-लासक लांबी ती पलभा अशी पारिभाषिक संज्ञा ठरली आहे. विपुत्रावर अग्रा क्रान्ति इतकी असते, नंतर ती वाढत जाते.

“ अग्रा ” ह्या संज्ञेला शंलिशमये Amplitude म्हणतात.

शङ्कुच्छायाकृतिद्युतेर्मूलकर्णोऽस्ववर्गतः ॥

श्रोत्र्यशङ्कुकृतिर्मूलं छायाशङ्कुर्विपर्यात् ॥ ८ ॥

[शंकू. तशीच त्याची (मव्यान्ह) छाया, आणि (शंकूचें अग्र व छायाप्र) ह्यांना जोडणारे कर्णसूत्र हा एक काटकोन त्रिकोण होतो म्हणून] शंकूचा वर्ग आणि छायेचा वर्ग ह्यांच्या बेरजेच्या वर्गमूळाइतकी लांबी छायाकर्णाची असते. तसेंच छायाकर्णाच्या वर्गातून शंकुवर्ग वजा करून राडिलेल्या बाकीच्या वर्गमूळाइतकी छायेची लांबी असते, आणि उलट कर्णवर्गातून छायावर्ग वजा करून वर्गमूल काढल्यास शंकूची उंची निघते. — ८.

स्पष्टीकरणः— काटकोन त्रिकोणाचें हें अत्यंत महत्वाचें प्रमेय गणितपारावारीण भास्कराचार्य ह्यांनी लीलावतीमध्ये क्षेत्र-यज्ञहाराध्यायात विशद केले आहे. युरोपात हें प्रमेय युक्लिडने भूमितीमध्ये पु १ अधि ४८ यात सिद्ध केले आहे वास्तविक हें प्रमेय काटकोन त्रिकोण, विशालकोन त्रिकोण आणि लघुकोन त्रिकोण ह्यात विभागले गेले असून त्या सर्गांचा इत्यर्थ लीलावतीमध्ये आहे

त्रिंशत्कृत्योयुगेभानांचक्रंप्रावपरिलम्बते ॥

तद्गुणाद्भदिनैर्भक्ताद्युगणाद्यदवाप्यते ॥ ९ ॥

तदोस्त्रिंमादशासांशविज्ञेयाअयनाभिधाः ॥

तत्संस्कृतात्प्रहात्क्रान्तिच्छायाचरदलादिकम् ॥ १० ॥

ह्यात छायाक आणि अयनांश ह्यांचा विचार आहे तो असा.—

एका महायुगामध्ये (४३२०००० वर्षांमध्ये) हें (आक्रमवृत्तस्य) नक्षत्रचक्र (लम्बक्रा-प्रमाणें) पूर्वेकडे सरतें [आणि (पुन मागे हटून) तितकेंच पश्चिमेकडेहि झुकतें] याप्रमाणें त्याचे हेल्कार्ये ६०० होतात. म्हणून ह्या (६००) सव्येनें युगणाला (म्हणजे इष्ट अह-र्गणाला) शुणून युगाकारास महायुगातील सातन दिन सव्येनें भागिले असता (इतर भगणाप्रमाणें) अशादि भगण येतात. त्याचा मुज करून त्याचे ३६० केले म्हणजे अयनांश येतात. स्पष्ट सूर्याला व प्रहाना ह्यांचा संस्कार केल्यावरच त्याची स्पष्ट क्रान्ति, छाया, चरसंस्कार, आणि धावन दृक्कर्म इत्यादि प्रकार साध्य होतात

स्पष्टीकरण — अयनांश म्हणजे काय तें येथें सांगितलें वास्तविक सूर्य जसा व्यवहारात निश्चल, स्थिर आहे, त्याप्रमाणें नक्षत्रचक्र हें त्याहिपेक्षा अधिक स्थिर आहे. वस्तुतः पृथ्वीच्या अक्ष आन्दोलनानें सपात चलन उत्पन्न होतें. त्याच्याच आरोप नक्षत्र-चक्रावर केला आहे वास्तविकरणें विपुल मण्डलच मागे सरकनें असें असता आक्रमवृत्तच पुढें मागे हेल्खात्रे खाते असें येथें सांगितलें आहे. सपाताचें चलन एकसारखें आक्रमवृत्तावन पूर्वेकडोन पश्चिमेकडे सतत चालू आहे. सूर्य एकदां सपाती आल्यापासून पुन त्याच जागी येण्याचे अगोदर संपात त्रिन्दूच सूर्याकडे मागे सरतो त्यायोगानें सांपातिक वर्ष ३६५ दिवस ५ तास ४७ मिनिटें ४९ सेकंद, म्हणजे निश्चल नक्षत्र वर्ष मानापेक्षा २० मिनिटें २० सेकंद

इतक्यानें कमी आहे. अथवा गतिच्या दृष्टीनें ५०" २ (विकला) इतकी उणीव पूर्ण प्रदक्षिणेंत दरवर्षीं रहाते, त्यामुळे सुमारे ७१।७२ वर्षांमध्ये एक अशाची कसर पूर्ण प्रदक्षिणेमध्ये उरते. हेच अयनांश. ऋतुचक्राचे परिभ्रमण सांपातिक मानाप्रमाणें आहे, आणि आपले चैत्रादि महिने नाक्षत्र असल्यानें आपले नाक्षत्र वर्षमान तसवत आणि वस्तुतः (निश्चल) आहे. परंतु नाक्षत्र वर्षांचें मान वेधानें निश्चित समजण्यास शेंकडों वर्षें लागतात म्हणून वेधास अगदीं सुलभ असें सांपातिक वर्षमानच वेदकाळीं प्रचारात होतें परंतु त्याचा मेळ फार चातुर्यानें स्थिर नक्षत्र चक्राशी घातला होता. सूर्याचें स्थान एकच परंतु सपातापासून केलेले मापन, आणि निश्चल आरंभ स्थानापासून केलेले मापन ह्यात जी तफावत पडते

तिलाच अयनांश म्हणतात.

ग्रह गणित सांपातिक मापनानें करण्यास सुलभ जाते. तेव्हां गणितसौकर्यासाठीं आणि मूमध्य गणिताच्या स्पष्टतेसाठीं ग्रह सायन करावे लागतात म्हणून येथे अयनांश प्रकरणाचा उल्लेख केला आहे.

सूर्यसिद्धान्त दोन आहेत एक बराहमिहिराचार्यांनी सपादन केलेला आणि दुसरा हा आपणापुढे आहे तो. हा दुसरा सूर्यसिद्धांत मयासुराला इकडील विद्वानांनी शिकविला. बराहमिहिराचार्यांनी सपादित जो सिद्धांत तो बराच जुटित आणि अपपाटनीं दूषित झालेला आहे तथापि तो मूलसिद्धांत आणि हा प्रचलित सिद्धांत हे दो-हींही प्राचीनच आहेत कोणी मूलसूर्यसिद्धांत हा बराहमिहिरानेंच बनविला किंवा रचला असें म्हणतात; परंतु हे म्हणणे वस्तुस्थितिचा विपर्यास आहे. ह्याचें सांगोपांग विवेचन येथे अपस्तुत आहे म्हणून अधिक लिहित नाही बराह सपादित सिद्धांत निदान शककारभारीचा तरी आहे, तथापि त्याच्यामध्ये कांहीं प्रक्षिप्त भागहि आहे. आणि तो स्पष्ट दाखविता येतो हा प्रचलित सिद्धांतहि मूळ सिद्धांताला धरून दुसऱ्या कोणी विद्वानानें सपादन केला आहे.

हा प्रचलित सिद्धांत ज्या काळीं प्रकाशित किंवा प्रसिद्ध झाला त्या वेळीं अयनांश शून्य होते किंवा जवळ जवळ शून्य होते. म्हणून मेघसंक्रमण आणि तुलासंक्रमण हेच विपुत्र दिन मानले आहेत अयनांशाच्या प्रश्नाचा मूळ प्रयामध्ये योग्य स्थळीं समावेश नाही, अशी ज्यो दिक्षित यांची टीका आहे. ती समर्पकच आहे. शिवाय महत्त्वाचा आक्षेप असा कीं, अयनांश सत्कारानें रवि सायनच आला पाहिजे, आणि छायेवरूनहि तितकाच आला पाहिजे. परंतु ह्या सिद्धांतांत सपात भगणामध्ये सध्या कमी मानल्याकारणानें अयन भगणावरून येणारे अयनांश आणि छायेवरून येणारे द्विनचक्र अयनांश ह्यांचा मेळ राहत नाही ह्याच ह्या श्लोकावर मोठा आक्षेप येतो. ह्याचे पुढे ज्यो. दिक्षितांचा आक्षेप खरा असला तरी गौण ठरतो.

स्फुटं दृक्त्वत्स्यतांगच्छेदयने विपुवद्भये ॥

प्राक्चक्रं चलितं हीने छायाकार्त्तरणागते ॥

अन्तरांशैरथावृत्तपथाच्छेपैस्तथाधिके ॥ ११ ॥

अयनांशाचा दृक्प्रत्यय अयनसंधिच्या वेळी म्हणजे उदगयन अथवा दक्षिणायन होतें त्यावेळीं किंवा दोन्ही त्रिपुत्र दिवशीं, सहज घेतां येतो. करणागत रवि छायाकार्पापेक्षां कमी असल्यास नक्षत्रचक्र पूर्वेकडे चळले आहे असें समजावें, आणि करणागत रवि ज्यास्त असल्यास मचक्र पश्चिमेकडे सरकले अशी उलट स्थिति समजावी.—११

[एवंच छायाकार्पा आणि करणागत रवि ह्यांचें अन्तरांश तेच अयनांश हें उग्रद आहे.]

स्पष्टीकरणः—संपात हा पूर्वेकडून पश्चिमेकडे सरत आहे त्या कारणानें जोपर्यंत संपात निरयन मेघारंभाच्या पूर्वेस आहे तोपर्यंत निरयन रवित्त अयनांश वजा केल्यानें सायन रवि येतो; आणि संपात निरयन मेघारंभस्थानाच्या पश्चिमेकडे सरकला म्हणजे निरयन रविमध्ये अयनांश मिळवावें लागतात. शके ४९६ पासून संपात मेघारंभाच्या पश्चिमेकडे हटल्यामुळे हल्लीं अयनांश निरयन रविमध्ये मिळवावें लागतात.

भास्कराचार्यांनीं अयनांशांचा खुलासा अतिशय सुबोध केला आहे ते म्हणतातः—

यस्मिन् दिने सम्यक् प्राच्यां रविरुदितो दृष्टः । तद् विपुवत् दिनम् । तस्मिन् दिने गणितेन स्पृष्टो रविः कार्यः । तस्य रवे मेघादेश्च यदन्तरं तेऽयनांशाः ज्ञेयाः ॥....दक्षिणे तु तस्या-
र्कस्य तुलादेश्वान्तर मयनांशाः ॥

एवंविपुवतीच्छायास्वदेशेयादिनार्धजा ॥

दक्षिणोत्तररेखायांसातत्रविपुवत्प्रभा ॥ १२ ॥

त्याचप्रमाणें विपुवदिवशींची मध्यान्हीची जी शंकु छाया दक्षिणोत्तर रेपेयर बरोबर पडते, ती त्या स्पटाची पलभा होय.

हे श्लोकार्थ श्लोक ८ चें पुढें वाचावें.

स्पष्टीकरणः—कोणत्याहि दिवशींची मध्यान्हीची शंकु छाया सूर्याचें नतांश दर्शविते. सूर्य विपुवामध्ये असतांना सूर्याचें जें नतांश (खमध्यापासून अन्तरांश) तेंच विपुवृत्ताचेही अन्तरांश आणि विपुवाचे अन्तरांश तेंच त्या स्पटाचें अक्षांश असें होतें म्हणून पलभा म्हणजे अक्षांशदर्शक छाया असा अर्थ झाला.

शङ्कुच्छायाहृतेत्रिज्योविपुवत्कर्णभाजिते ॥

लम्बाक्षज्येतयोश्चापेलम्बाक्षोदक्षिणोसदा ॥ १३ ॥

एकदा शङ्कुला त्रिज्येनें गुणावें, आणि एकदा विपुव पलभेला (त्रिज्येनें) गुणावें; आणि दोन्ही गुणाकारांना छाया कर्णानें भागावें म्हणजे अनुक्रमानें लम्बज्या आणि अक्षज्या निघ्न होतात.

स्पष्टीकरणः—शङ्कुच्या काटकोन त्रिकोणातील अक्षांश कोना व्यतिरिक्त राहिलेला छुकोन हा अक्षांशाचा पूरक कोन होतो. अक्षांश कोनाची कोटि (उगतची रेपा) मुज-
ज्येच्या उलट दिशेकडे स्वस्वस्तिकाकडे वाढविली आणि छायाकर्णाचें सूत्रदि विपुवाकडे वाढविले तर पलभेप्रमाणें नतांशज्या हि काटतां येते; आणि—शंकु त्रिकोणाच्या उलट भागस—मस्यस्तिकः लम्ब, नतांशज्या, आणि त्रिज्या असा, तसाच दुसरा काटकोन

तयार होतो, ह्या दोन काटकोनांचे प्रमाण कसे ठरवावे तें ह्या श्लोकात सांगितलें आहे. शंकुशी प्रमाणबद्ध अशी रेखा लम्बज्या आहे. तिचे त्रैराशिकः—

छाया कर्णाला : जसा शंकु : : त्याप्रमाणें = त्रिज्येला : लम्बज्या; आणि छायाकर्णास : जशी पलभा : : तशी त्रिज्येला : अक्षज्या.

$$\therefore \text{लम्बज्या} = \text{शंकू} \times \text{त्रिज्या} - \text{छायाकर्ण}$$

$$\text{अक्षज्या} = \text{पलभा} \times \text{त्रिज्या} - \text{छायाकर्ण}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{अक्षज्या} = \text{Sine Latitude} \\ \text{लम्बज्या} = \text{Cosine Latitude} \\ = \text{Sine Co-Latitude} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ध्रुवाचे उन्नतांश} \\ \text{त्रिपुत्राचे नतांश} \\ \text{ध्रुवाचे उन्नतांश} \\ \text{ध्रुवाचे नतांश.} \end{array}$$

अक्षज्या आणि लम्बज्या ह्यांची चापे (arcs) केली असता अनुक्रमेण अक्षांश आणि लम्बांश होतात. त्यांचे मूळ विषुव असल्याने त्यांची दिशा दक्षिण समजतात.

मध्यच्छायाभुजस्तेनगुणितात्रिभमोर्विका ॥

स्वकर्णासाधनुर्लिप्तानतास्तादाक्षिणेभुजे ॥ १४ ॥

श्लोकार्धः—कोणत्याहि दिवशी मध्याह्नी सूर्याची (शंकु) छाया याम्योत्तरावर पडते ती आणि त्रिज्या ह्यांचा गुणाकार करून त्याला त्याचवेळच्या छायाकर्णांनै भागून त्याचे चाप (arc) केलें असता सूर्याचे तात्कालीन नतांश निघतात.

छाया दक्षिणेकडे असेल तर नतांश उत्तर असतात आणि छाया उत्तरेची असेल तर नतांश दक्षिण असतात.

स्पष्टीकरणः—ह्या श्लोकांतील नियम वर श्लोक १३ ह्यांतील पलभा-माधना-पेक्षा व्यापक आहे. कारण अक्षांश म्हणजे विषुव दिवशीचे नतांशच हात.

उत्तराधोत्तरे याम्यास्ताः सूर्यक्रांतिलिप्तिकाः ॥

दिग्भेदेमिश्रिताः साम्येचिह्नित्वाथाक्षलिप्तिकाः ॥ १५ ॥

अक्षांश आणि नतांश हे भिन्न दिशांचे असतील तर दोघोची वेरोज केली असता सूर्याची क्रांति समजेल आणि एकाच दिशेचे असतील तेव्हा त्यांचे जें अंतर असेल तितकी रविची क्रांति समजावी—१५ ॥

स्पष्टीकरणः—अक्षांश हे कायम आहेत. ते आपल्या इकडे परस्परस्थिकांमग्न दक्षिणेकडे विषुव-वृत्तापर्यंत मोजतात. म्हणून नतांश जर दक्षिणेकडीलच असतील तर नतांश आणि अक्षांश ह्यांच्या अंतरा इतकी क्रांति असते; नतांश अक्षांशापेक्षा कमी असल्यास क्रांति उत्तरेची, उपात्त असल्यास क्रांति दक्षिणेची असते; नतांश शून्य असते

म्हणजे क्रांति अक्षांशांतकी, आणि नतांश उत्तरेचे पण अक्षांशापेक्षा पलीकडे असले तर अक्षांश + नतांश इतकी क्रांति असते.

ताम्योऽक्षज्याचतद्वर्गं प्रोज्झ्यत्रिज्याकृतेः पदम् ॥

लम्बज्यार्कगुणाक्षज्याविपुवद्भाथलम्बया ॥ १६ ॥

अक्षांशांची जी दोऱ्या ती अक्षज्या; [ज्या मध्ये एक कोन अक्षांशाइतका असतो अशा काटकोन त्रिकोणास अक्ष-क्षेत्र म्हणतात. असे अक्ष-क्षेत्र-त्रिकोण खगोल गणितांत पंचरातोळा तरी आढळतात]. अशाच काटकोनी अक्ष-क्षेत्रांत अक्षज्या ही मुजरेपा; लंबज्या ही कोटि, आणि त्रिज्या हा कर्ण असतो. म्हणून (श्लोक ८ प्रमाणे कर्ण^१ - अक्षज्या^१ = लंबज्या^१ [श्लोक १३ तीळ अनुपाताप्रमाणे] लंबज्येला : अक्षज्या : : तर द्वादशशंकु : पलमा : ∴ अक्षज्या × द्वादशशंकु = लंबज्या = पलमा.

स्वाक्षार्कनतभागानांदिक्साम्येऽन्तरमन्यथा ॥

दिग्भेदेऽपक्रमः शेषस्तस्यज्यात्रिज्ययाहता ॥ १७ ॥

परमापक्रमज्यासा चापंभेपादिगोरविः ॥

कर्कादौप्रोज्झ्यचक्रार्धात्तुलादौभार्धसंयुतात् ॥ १८ ॥

छायार्क-साधन

[छांतील काही भावाय श्लोक १५ प्रमाणे आहे], जर आपल्या स्थानाचे अक्षांश आणि रविचे (अथवा इतर कोणत्याहि ग्रहाचे) नतांश जर एकाच दिशेचे असतील तर त्यांची वजाबाकी करावी; आणि भिन्न दिशांचे असतील तर बेरीज करावी म्हणजे स्पष्ट क्रान्ति येते.

उ० उ०

(नतांश ७ अक्षांश = क्रान्ति = नतांश + अक्षांश

इष्ट क्रान्तिला त्रिज्येने गुणावे आणि रवीच्या परम क्रान्तिने (२३° २७') भागावे. भागाकार येईल त्याचे चाप (arc) करावे म्हणजे भेपादि (संपातापासूनचा) मध्यान्हीचासायन सूर्य येतो. (सूर्य दुसऱ्या पदांत असेल तर) परिघांश सहा राशींवर वजा करावे, तिसऱ्या पदांत-असेल तर त्यावर सहा राशी वजा कराव्या; आणि चौथ्या पदामध्ये असेल तर तितके राश्यांश बारा राशींवर वजा करावे म्हणजे भुज (चाप) होतो. १७-१८.

स्पष्टीकरणः--परमक्रान्ति, त्रिज्या, आणि विपुवांश हा एककाटकोन त्रिकोण, आणि सायनसूर्याचा भोग, इष्टक्रान्ति आणि विपुवांश हा दुसरा काट-त्रिकोण, हांचा परस्पर संबंध आणून भोग साध्य करावयाचे आहेत. क्रांति दर्शक दक्षिणोत्तर वर्तुळ हे विपुवाशी आणि त्याच्याशी समान्तर अशा अक्ष-वर्तुळाशी निरन्तर काटकोनच करिते म्हणून विपुवांश आणि क्रांति हे काटकोनाचे बाहु आणि सायनभोग हा कर्ण मानून प्रमाण असे निश्चित केलेः--परमक्रान्ति + त्रिज्या = इष्टक्रान्ति + रविभोग

∴ त्रिज्या × इष्टक्रांति = परमक्रांति = सायन रविभोग, सायन रवि निश्चित करतानां तो कोणत्या पदामध्ये आहे तेंहि पाहावें लागतें. विपुशापासून दक्षिणायनापर्यंत. (१) द०पासून शरत्विषुव (२) श-विपुशापासून उदगयनविद् (३) आणि उद० पासून वसंत संपतापर्यंत (४) अशी चार पदे असतात; त्या अनुरोधानें प्रथम छायेवरून नतांश, त्यावरून इष्टक्रांति; आणि तिच्यावरून पदगत भोग आणि त्या भोगावरून मग सायन भोग, अशी सांखळी आहे. सायन भोगावरून मग आवश्यकते प्रमाणें भुज, कोटि आणि कर्ण काढावयाचे असतात.

टीपः—काहीं अक्ष क्षेत्रांचे त्रिकोण महत्वाचे आहेत ते भास्कराचार्यांनी सांगितले आहेत त्यापैकी विशेष महत्वाचे आहेत ते असेः— त्रिकोणामध्ये अक्षांश कोन भुज्ये समोरच असतो, आणि कोणालगतची रेपा ही कोटि असते. म्हणून भुज-कोटि-कर्ण ह्या पैकी दोन मानें जरी कळली तरी त्रिकोण ज्ञान होतें. (कोणताहि समकोन त्रिकोण दुसऱ्या तशाच समकोन त्रिकोणाशी प्रमाणबद्ध असतो हा नियम मात्र दृष्टीपुढें ठेवावा. त्रिप्रश्नाधिकार ह्याच नियमावर आधारलेला आहे.)

भुज	कोटि	कर्ण
पलभा (१)	शंकु	पलकर्ण.
अक्षज्या (२)	लंबज्या	त्रिज्या.
ध्रुवोन्नतज्या (३)	”	त्रिज्या.
क्रांतिज्या (४)	धुज्या	त्रिज्या
अग्रा (५)	समशंकु.	तच्छति (मध्यान्हकर्ण)
क्षितिज्या (६)	क्रांतिज्या	अग्रा

(नतांश=त्रिकोण येणें प्रमाणें)

स्वकर्णाग्रा [७]	लोहकील [शंकु]	इष्टकालीन छायाकर्ण
नतांशछाया [दिग्ज्या] (८)	शङ्कु	छायाकर्ण
भुज [९]	महाशङ्कु	दृति [त्रिज्या]
दृग्ज्या (१०)	महाशंकु	त्रिज्या.

[असें अनेक काट-त्रिकोण होतात]

क्रांतिळा Declination असें इंग्रजी नांव आहे.

मृगादौप्रोज्झ्यभगणान्मध्यान्हेऽर्कः स्फुटो भवेत् ॥

तन्मान्दमसकृद्भ्रामंफलंमध्ये दिवाकरः ॥ १९ ॥

स्पष्ट सायन रविवरून मध्यम सायन सूर्य आणावयाचा प्रकार—

स्पष्टरविला मध्यमरवि समजून मन्दफल आणावें आणि त्याचा उलट सस्कार पुनः पुनः स्पष्टरविस करावा म्हणजे मध्यम रवि येईल— १९

स्पष्टीकरणः—स्पष्टरवि कळला म्हणजे त्यावरून मध्यमरवि आणलाच पाहिजे कारण त्यावाचून पुढील वर्षांचें किंवा मागिल वर्षांचें गणितच करता येणार नाही, परंतु

असे करतांना स्पष्टरविलाच मध्यमरवि मानल्या शिवाय गत्यन्तर नाही, म्हणून स्पष्टरविला मंदफळ संस्कार उलट देऊन मध्यमरवि आणावा; परंतु हा खरा मध्यमरवि नसतो खरा मध्यमरवि तो, की ज्याला मंदफळ संस्कार योग्य प्रकारानें केला असता स्पष्टरवि येईल तो दृक्प्रत्ययास मिळाला पाहिजे. म्हणून असा आसन्न मध्यमरवि (म्हणजे खऱ्या मध्यम रवि जवळचा जो) येईल त्या वलनच पुनः स्पष्ट रवि आणावा; आणि आपल्या वेधार्शां तो जुळला तरच मध्यम-रवि त्रिनचूक आला असे समजावें. नाही तर पुनः मंदफळ आणून त्याचा उलट संस्कार देऊन पुनः मध्यम रवि साधावा आणि त्याचा पुनः स्पष्टरवि करून पडताळा पहावा. असे पुनः पुनः करावें. ह्या कृतिलाच असकृत कर्म म्हणतात. ज्योतिर्गणितात असे कित्येक प्रसंगां करावें लागते.

हीच रीति, चन्द्र आणि इतर ग्रह ह्यांनाहि लावून मध्यम ग्रह साधावे.

मध्यान्हीची नताश छाया आणणेचा प्रकार:—

[छांतांठ रीति १७ व्या श्लोकाच्या उलट आहे]

स्वाक्षार्कापक्रमयुतिर्दिक्साम्येऽन्तरमन्यथा ॥

शेपंततांशाः सूर्यस्यतद्वाहुज्याचकोटिजा ॥ २० ॥

शङ्कुमानाहुलाभ्यस्ते भुजत्रिज्ये यथाक्रमम् ॥

कोटिज्ययाविभज्यासेछायाकर्णावहर्दले ॥ २१ ॥

अक्षांश आणि क्रान्ति हे एकाच दिशेचे (म्हणजे दोन्ही दक्षिणेचे किंवा दोन्ही उत्तरेचे) असले तर त्याचे परस्परांचे अंतर काढावें, आणि भिन्न दिशांचे असल्यास त्यांची बेरीज करावी म्हणजे नतांश येतात. इतर चापाप्रमाणे त्यांचीहि दोर्ज्या (sine) आणि कोटिज्या (Co sine) काढून ठेवावी.—२०

नतांशांना Zenith Distance (झेनीथ डिस्टन्स) म्हणतात.

[नतांशांच्या भुजज्येला दिग्जा म्हणतात.] शंकूच्या अंगुलांनी एकदां नतांश भुजज्येला, आणि एकदां त्रिज्येला गुणावें, आणि नतांश-कोटिज्येनें दोन्ही गुणाकाराना मागावें म्हणजे अनुक्रमानें मध्यान्हीची नताश छाया, आणि मध्यान्हीचाच छायाकर्ण हे येतील.—२१

स्पष्टीकरण:—सूर्यस्तिकापासून याम्योत्तरावरील किंवा इतर कोणत्याहि दृढमण्डलावर गोलगळे अंशात्मक अंतर ते नतांश. नतांश-उन्नतांश-मापन हे (दिक्माधनानंतरचे) अर्थात मध्यरात्रेचे वेधसाधन आहे. प्रत्यक्ष वेधानें साप्य होणाऱ्या गोष्टी:—(१) नतांश-उन्नतांश; (२) याम्योत्तरदृष्ट्यन आणि (३) प्रदणस्पशमोक्ष. हे वेध अनुक दिवशी, अनुक घेजेस आणि अनुक ठिकाणी घेतले हें मात्र स्पष्ट सांगितलें पाहिजे. हेच प्राथमिक वेध.

या प्राथमिक वेधांपासूनच क्रान्ति, आणि विनुवांस सिद्ध करतात. आणि त्यापासून स्पष्ट सायनभोग-शर, द्युम-दंतभोग, आणि मध्यम प्रदक्षिदि इत्यादि अनेक उपकरणें निष्पन्न होतात. कित्येक वेळा ज्योतिर्व्यानेहि स्पष्ट प्राति प्रत्यक्ष वेधानेच ठरविता येते. म्हणून—

प्राथमिक वेध

नतांशो-न्नतांश, याम्योत्तरलङ्घन, ग्रहण-स्पर्श मोक्ष; आणि वेधसिद्ध कान्ति-ह्याचा स्थानानुरोधानें, कालनिश्चय- हे प्राथमिक वेध होत

क्रांतिज्याविपुवत्कर्णगुणात्ताशङ्कुजीचया ॥
अर्कोग्रास्येष्टकर्णघ्नीमध्यकर्णोद्धृतास्त्रका ॥ २२ ॥

हा श्लोकात दृग्ग्या महाशकु पलभा लोहशकु आणि
महाशकु त्रिज्या लोहशकु छायाकर्ण असें प्रमाण आहे
नताश कोटिज्येला महाशङ्कु म्हणतात

कान्तिज्येला पलकर्णानें गुणून शङ्कुच्या अठगुळानां भागावें म्हणजे सूर्याची अग्रा समजते, आणि सूर्याच्या अग्रेला (इष्ट वेळच्या) छायाकर्णानें गुणून त्रिज्येनें मागिलें असता इष्टकालाचा अनुरूप अशी अग्रा उपलब्ध होणे — २२

स्पर्शीकरणः—ह्यात क्षेत्र-त्रिकोणाच्या दोन जोड्या आहेत पहिली जोडी (१), (६); आणि (५), (७) ही दुसरी त्याचरून प्रमाणें मिळतात तीं —

$$\frac{\text{पलकर्ण}}{\text{शङ्कु}} = \frac{\text{अग्रा}}{\text{क्रांतिज्या}} \quad \text{--- (१)} \quad \therefore \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{क्रांति}}{\text{शङ्कु}} = \text{अग्रा}$$

$$\frac{\text{अग्रा}}{\text{मध्या-इकर्ण}} = \frac{\text{इष्टअग्रा}}{\text{इष्टकालिकर्ण}} \quad \therefore \frac{\text{अग्रा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{मध्यान्हकर्ण}} = \text{इष्टाग्रा}$$

अशां प्रमाण-पदे सिद्ध होतात

प्रथम पलकर्णावरून म्हणजे पलभेच्या कर्णसूत्रावरून सूर्याची अग्रा हा कर्ण साधला, आणि त्या अग्रे वरून मग कोणत्याहि कर्णाची म्हणजे कोणत्याहि वेळेची—अग्रा निष्पन्न केली हिलाच इष्टकालिक अग्रा म्हटलें आहे अग्रा म्हणजे Amplitude, अहोरात्र कर्ण हाच मध्यकर्ण घेऊन नंतर त्यावरून इष्टकालीन अग्रा सिद्ध केली

विपुवद्भापुतार्कोग्रायाम्येस्वाद्दत्तरोभुजः ॥
विपुवत्त्वाविशोध्योदगोलेस्वाद्वाद्दुरुत्तरः ॥ २३ ॥
विपर्ययाद्भुजोयाम्योभवेत्त्राच्यपरान्तरे ॥
माध्याह्निकोभुजोनिर्त्यंछायामाध्याह्निकीस्मृता ॥ २४ ॥

दक्षिणगोलामध्ये (सूर्य असला तर) जी स्व-अग्रा (म्हणजे अभीष्ट वालीन) अग्रा येईल ती पलभेमध्ये मिळविली असता भुज साध्य होतो (हा भुज उत्तरेचा असतो) परंतु सूर्य उत्तरगोळात असला तर पलभेतून अग्रा वजा केली म्हणजे भुज येतो (पण तो दक्षिणदिशेचा असतो) [जर पलभेपेक्षा अग्रा अधिक असली तर अग्रेतून पलभा वजा करावी.]

कोणत्याहि दिशेचा भुज असला तरी तो छायाप्र आणि पूर्वापररेखा ह्यांच्या मध्येंच असा-
वयाचा. (भुज निष्पन्नच होत नाही तेव्हां शंकुछायेचें अप पूर्वापररेखेवरच येतें) कारण
मध्यान्ह कालचा भुज हा केव्हांहि मध्यान्ह छायेपासून भिन्न नसतो.

स्पष्टीकरणः—ख-विषुवाच्या उत्तरेकडील गोलार्धास उत्तरगोल, आणि दक्षिणे-
कडील गोलार्धास दक्षिणगोल म्हणतात. आपला प्रदेश विषुवाच्या उत्तरेकडे आहे. त्यामुळे
विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील समान्तर वर्तुळाचा भाग अध्यापेक्षा ज्यास्त प्रमाणांत आपल्या
दृष्टीच्या टप्पांत येतो. जसजसे स्थळाचें उत्तर अक्षांश ज्यास्त तसतसा त्या त्या ठिकाणी
समान्तर वृत्तांचा अधिकाधिक भाग दृष्टिपथांत येतो. उत्तर अक्षांशांतील प्रदेशांत राहणा-
ऱ्यांना दक्षिण गोलाचे दृश्य उलट असतें. म्हणजे दक्षिणेकडील समान्तर वृत्तांचा भाग
अध्याहून कमी कमी दिसावयाचा. अशी वस्तुस्थिति असल्यानें कांति उत्तर असल्यास
किंवा अक्षांश अधिक अधिक उत्तरेचे असतील तसतसा प्रहांचा नित्योदय अधिक
लवकर होतो. उत्तर अक्षांशांत राहणाऱ्यांना दक्षिण गोलांतील ग्रह अशीरा उगवतात,
कारण समान्तर वर्तुळांचा दृश्य भागच आपल्यास कमी प्रमाणांत दृष्टीस पडतो.

आपल्या स्थळाच्या ख-स्वस्तिकांतूनच पूर्वापर सूत्रेपा विषुवाच्या पूर्व-पश्चिम
विन्दूंत मिळते; म्हणूनच ह्या दिग्मंडळाचा (म्हणजे Vertical वृत्ताचा) पूर्वापर सूत्र
(*Primo Vertical*) म्हणतात. पूर्वापरवृत्ताच्या दक्षिणेकडे व उत्तरेकडे जीं अनेक वृत्ते
विषुवाशीं समान्तर असतात, त्यांना अहोरात्रवृत्ते, अक्षांशवृत्ते, किंवा उदयास्तवृत्ते म्हणतात.
प्रहाची क्रान्ति आपल्या स्थळाच्या अक्षांशाइतकी असेल तेव्हांच तो ग्रह आपल्या
स्थळाच्या पूर्वापरसूत्रांतून फिरेल आणि इतर वेळीं तो कोणत्या तरी अहोरात्र वृत्तावर
असेल; हा देखावा आपल्या मनःशुद्ध पुढें चित्रित नसेल तर विषय सोपा असूनही समज-
णार नाही.

आकाशांतील प्रहापासून येत भूपृष्ठावर ओळव्याचें सूत्र सोडलें आहे अशी कल्पना
केला तर त्या सूत्राला महाशङ्कु असें नांव आहे. तो अनियमित आहे. त्याचें भूपृष्ठातील
(मूल अथवा) स्थान आणि लोहकौलाच्या छायाकारणानें निर्दिष्ट केलेलें उदयास्त सूत्र
ह्यांच्यामधील अन्तराला शङ्कुतल म्हणतात. प्रत्यक्ष प्रयोगाशिवाय हें एकदम ध्यानांत
येणार नाही. पण प्रयत्नांनं येईल.

पूर्वापर वृत्त आणि उदयास्त वृत्त ह्यांच्यांतील क्षितिजरेखेवरील अन्तराला अग्रा म्हणतात.
पलमेच्या योगानें शङ्कुमूल समजतें व त्यावरून शङ्कुतल लक्षांत येतें.

पलमा आणि शङ्कुतल ह्या संज्ञा भिन्न आहेत. परंतु लोहकौलाचा म्हणजे द्वाद-
शाङ्कु शंकूचा जो संबंध पलमेशी—तोच संबंध महाशङ्कुचा भुजाशीं व शङ्कुतलाशीं आहे
येवढें ध्यानांत ठेवले म्हणजे काम झालें. भुज म्हणजे महाशङ्कुचा भुज.

ह्या सूत्रांत सिद्धांतकारांनीं महाशङ्कु अथवा महालम्ब, आणि भुज, ह्या एका
काटकोनाच्या दोन बाजू, आणि पलमा व द्वादश-कोल (म्हणजे द्वादशाङ्कु कोल) ह्या
दुसऱ्या दोन बाजू ह्यांचा संबंध दाखविला आहे.

आपल्या अक्षांशापेक्षां सूर्याची क्रान्ति कमी असेल तर महाशंकूचा आलम्ब पूर्वा-पर सूत्राच्या दक्षिणेकडे असतो आणि क्रान्ति उत्तरेचीच असेल तर अप्रादेखील उत्तरेचीच असते. अशा रिधतिमध्ये शंकुतलापेक्षां अप्रा कमी असते. दिशाभिन्नत्वामुळे शंकुतलावून अप्रा वजा केली पाहिजे.

दक्षिण गोलामध्ये आलम्ब आणि अप्रा हे दोन्ही एकाच दिशेचे असल्याने आलम्ब-बिदूपासून अहोरात्र बिन्दूपर्यंत भुज सलग असतो. सलगरेषेत अप्रा आणि शंकुतल दोन्ही समाविष्ट असतात. उत्तर गोलंत भुज=अप्रा-शंकुतल किंवा शंकुतल-अप्रा=भुज. असे समीकरण होते. आतां शंकुतलाचा आणि पलभेचा संबंध असा:—

$$\text{द्वादश कील} : \text{पलभा} :: \text{महाशंकु} = \frac{\text{पलभा} \times \text{महाशंकु}}{१२} = \text{शंकुतल}$$

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{महाशंकु}} = \frac{\text{कर्ण}}{१२} \therefore \text{महाशंकु} = \frac{१२ \times \text{त्रि}}{\text{कर्ण}}$$

$$\text{परंतु } \frac{\text{पलभा} \times \text{महाशंकु}}{१२} = \text{शंकुतल} = \frac{\text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रि}}{१२ \times \text{कर्ण}} (= \text{त्रिज्या})$$

∴ शंकुतलाचें जागीं पलभा म्हणण्यास हरकत नाही : म्हणून दक्षिण गोलामध्ये, भुज = अप्रा + पलभा.

उत्तर गोलामध्ये भुज=अप्रा-पलभा; किंवा पलभा-अप्रा.

लम्बाक्षजीवेविषुवच्छायाद्वादशसङ्गुणे ॥

क्रान्तिज्यासेतुर्तीकर्णौसमण्डलगेरवौ ॥ २५ ॥

लम्बज्येला पलभेने, आणि अक्षाश-दोर्ज्येला द्वादश शंकूने गुणून क्रान्ति-ज्येने मागावे, मागाकार येईल तो समण्डल-कर्ण होतो. [रवि समण्डलांत असतां पूर्वापर सूत्र हें कर्णरूप असतें.]

स्पष्टीकरण:—

$$\text{पलकर्ण} : \text{पलभा} :: \text{क्रान्तिज्या} : \text{समशंकु} = \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}}{\text{पलभा}} \quad (१)$$

$$\frac{\text{समशंकु}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{१२ \text{ शंकु}}{\text{समण्डलकर्ण}} \therefore \text{समण्डलकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{समशंकु}} \quad (२)$$

$$\therefore \text{समण्डलकर्ण} = \text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रिज्या} \div \text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}$$

$$= \text{पलभा} \times \left(\frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या} = १२ \left(\frac{\text{पलभा} \times \text{त्रि}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या}$$

कोणत्याहि दिशेचा भुज असला तरी तो छायापत्र आणि पूर्वापररेखा ह्यांच्या मध्यांचे असावयाचा. (भुज निष्पन्नच होत नाही तेव्हा शंकुछायेचे अन्न पूर्वापररेखेवरच येते) कारण मध्यान्ह कालचा भुज हा केव्हाहि मध्यान्ह छायेपासून भिन्न नसतो.

स्पष्टीकरण:—१-विषुवाच्या उत्तरेकडील गोलाघास उत्तरगोल, आणि दक्षिणेकडील गोलाघास दक्षिणगोल म्हणतात. आपला प्रदेश विषुवाच्या उत्तरेकडे आहे. त्यामुळे विषुववृत्ताच्या उत्तरेकडील समान्तर वर्तुळाचा भाग अर्ध्यापैशां ज्यास्त प्रमाणात आपल्या दृष्टीच्या दृष्ट्यांत येतो. जसजसे स्थळाचे उत्तर अक्षांश ज्यास्त तसतसा त्या त्या ठिकाणी समान्तर वर्तुळाचा अधिकाधिक भाग दृष्टीपथांत येतो. उत्तर अक्षांशांतील प्रदेशांत राहणाऱ्यांना दक्षिण गोलाचे दृश्य उलट असते. म्हणजे दक्षिणेकडील समान्तर वर्तुळाचा भाग अर्ध्याहून कमी कमी दिसावयाचा. अशी वस्तुस्थिति असल्याने क्रांति उत्तर असल्यास किंवा अक्षांश अधिक अधिक उत्तरेचे असतील तसतसा प्रज्ञाचा नित्योदय अधिक लवकर होतो. उत्तर अक्षांशांत राहणाऱ्यांना दक्षिण गोलांतील ग्रह वरींरा उगवतात. कारण समान्तर वर्तुळांचा दृश्य भागच आपल्यास कमी प्रमाणात दृष्टीस पडतो.

आपल्या स्थळाच्या ख-स्वस्तिकातूनच पूर्वापर सूत्रेपा विषुवाच्या पूर्व-पश्चिम विन्दूत मिळते; म्हणूनच ह्या दिग्मंडळाचा (म्हणजे Vertical वृत्ताचा) पूर्वापर सूत्र (Prime Vertical) म्हणतात. पूर्वापरवृत्ताच्या दक्षिणेकडे व उत्तरेकडे जी अनेक वृत्ते विषुवाशी समान्तर असतात, त्यांना अक्षोरात्रवृत्ते, अक्षांशवृत्ते, किंवा उदयास्तवृत्ते म्हणतात. ग्रहाची क्रांति आपल्या स्थळाच्या अक्षांशाइतकी असेल तेव्हाच तो ग्रह आपल्या स्थळाच्या पूर्वापरसूत्रातून फिरेल आणि इतर वेळी तो कोणत्या तरी अक्षोरात्र वृत्तावर असेल; हा देखावा आपल्या मनःधक्षु पुढे चित्रित नसेल तर विषय सोपा असूनही समजणार नाही.

आकाशांतील ग्रहापासून घेत भूपृष्ठावर ओळण्याचे सूत्र सोडले आहे अशी कल्पना केळी तर त्या सूत्राचा महाशङ्क असून नांव आहे. तो अनिश्चित आहे. त्याचे भूपृष्ठातील (मूल अयवा) स्थान आणि लोहक्रीलाच्या छायाकर्णाने निर्दिष्ट केलेले उदयास्त सूत्र ह्यांच्यामधील अन्तराचा शङ्कतल म्हणतात. प्रत्यक्ष प्रयोगाशिवाय हे एकदम ध्यानांत येणार नाही. पण प्रयत्नांनी येईल.

पूर्वापर वृत्त आणि उदयास्त वृत्त ह्यांच्यातील क्षितिजरेखेवरील अन्तराचा अग्रा म्हणतात. पलभेच्या योगाने शङ्कमूल समजते व त्यावरून शङ्कतल लक्षांत येते.

पलमा आणि शङ्कतल ह्या संज्ञा भिन्न आहेत. परंतु लोहक्रीलाचा म्हणजे द्वादशाङ्क शंकूचा जो संबंध पलभेशी-तोच संबंध महाशङ्कचा भुजाशी व शङ्कतलाशी आहे येवढे ध्यानांत ठेवले म्हणजे काम झाले. भुज म्हणजे महाशङ्कचा भुज.

ह्या सूत्रांत सिद्धांतकारांनी महाशङ्क अथवा महालम्ब, आणि भुज, ह्या एका काटकोनाच्या दोन बाजू, आणि पलमा व द्वादशाङ्क (म्हणजे द्वादशाङ्क क्रीला) ह्या दुसऱ्या दोन बाजू ह्यांचा संबंध दाखविला आहे.

आपल्या अक्षांशापेक्षां सूर्याची क्रान्ति कमी असेल तर महाशंकूचा आलम्ब पूर्वा-पर सूत्राच्या दक्षिणेकडे असतो आणि क्रान्ति उत्तरेचीच असेल तर अप्रादेखील उत्तरेचीच असते. अशा स्थितिमध्ये शंकुतलापेक्षां अप्रा कमी असते. दिशाभिन्नत्वामुळे शंकुतलातून अप्रा वजा केली पाहिजे.

दक्षिण गोलामध्ये आलम्ब आणि अप्रा हे दोन्ही एकाच दिशेचे असल्याने आलम्ब-बिंदूपासून अहोरात्र बिन्दूपर्यंत भुज सलग असतो. सलगरेपेंत अप्रा आणि शंकुतल दोन्ही समाविष्ट असतात. उत्तर गोळांत भुज=अप्रा-शंकुतल किंवा शंकुतल-अप्रा=भुज. असे समीकरण होते. आतां शंकुतलाचा आणि पलभेचा संबंध असाः—

$$\text{द्वादश कील : पलभा :: महाशंकु} = \frac{\text{पलभा} \times \text{महाशंकु}}{१२} = \text{शंकुतल}$$

$$\frac{\text{त्रिज्या}}{\text{महाशंकु}} = \frac{\text{कर्ण}}{१२} \therefore \text{महाशंकु} = \frac{१२ \times \text{त्रि}}{\text{कर्ण}}$$

$$\text{परंतु } \frac{\text{पलभा} \times \text{महाशंकु}}{१२} = \text{शंकुतल} = \frac{\text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रि}}{१२ \times \text{कर्ण}} (= \text{त्रिज्या})$$

∴ शंकुतलाचे जागी पलभा म्हणण्यास हरकत नाही : म्हणून दक्षिण गोलामध्ये, भुज = अप्रा + पलभा.

उत्तर गोलामध्ये भुज=अप्रा-पलभा; किंवा पलभा-अप्रा.

लम्बाक्षजीवेविषुवच्छायाद्वादशसङ्गुणे ॥

क्रान्तिज्याभेतुतीकर्णौसमण्डलगेरवौ ॥ २५ ॥

लम्बज्येला पलभेने, आणि अक्षांश-दोर्ज्येला द्वादश शंकूने गुणून क्रान्ति-ज्येने भागावे, भागाकार येईल तो सममण्डल-कर्ण होतो. [रवि सममण्डलांत असता पूर्वापर सूत्र हें कर्णरूप असते.]

स्पष्टीकरणः—

$$\text{पलकर्ण} : \text{पलभा} :: \text{क्रान्तिज्या} : \text{समशंकु} = \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}}{\text{पलभा}} \quad (१)$$

$$\frac{\text{समशंकु}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{१२ \text{ शंकु}}{\text{सममण्डलकर्ण}} \therefore \text{सममण्डलकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{समशंकु}} \quad (२)$$

$$\therefore \text{सममण्डलकर्ण} = \text{पलभा} \times १२ \times \text{त्रिज्या} \div \text{पलकर्ण} \times \text{क्रान्तिज्या}$$

$$= \text{पलभा} \times \left(\frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या} = १२ \left(\frac{\text{पलभा} \times \text{त्रि}}{\text{पलकर्ण}} \right) \div \text{क्रान्तिज्या}$$

$$\frac{१२ \times \text{त्रि}}{\text{पलकर्ण}} = \text{लब्ध्या}, \quad \frac{\text{प्रभा} \times \text{त्रि}}{\text{कर्ण}} = \text{अक्षज्या}$$

$$\therefore \frac{\text{पलभा} \times \text{लम्बज्या}}{\text{क्रान्तिज्या}}; \quad \frac{\text{अक्षज्या} \times १२}{\text{क्रान्तिज्या}} = \text{सममण्डल कर्ण}$$

सौम्याक्षोनायदाक्रान्तिः स्यात्तदाद्युदलश्रवः ॥
विपुवच्छाययाभ्यस्तः कर्णोमध्याग्रयोद्धतः ॥ २६ ॥

जेव्हा क्रान्ति उत्तरेची परतु अक्षाशापेक्षा कमी असेल तेव्हा मध्यान्ह छायाकर्णाला पल-
भेने गुणावे आणि मध्याप्रेने भागावे म्हणजे सममण्डलकर्ण येतो.

स्पष्टीकरणः—

$$\text{येथे } \frac{\text{पलभा}}{१२} = \frac{\text{अग्रा}}{\text{समशकु}} \quad \therefore \text{समशकु} = \frac{\text{अग्रा} \times \text{द्वादश}}{\text{पलभा}} \quad (१)$$

$$\frac{\text{समशकु}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{द्वादश}}{\text{छायाकर्ण}} \quad \therefore \text{छायाकर्ण} = \frac{\text{द्वादश} \times \text{त्रिज्या}}{\text{समशकु}} \quad (२)$$

$$\text{छायाकर्ण} = \frac{\text{द्वादश} \times \text{त्रिज्या} \times \text{पलभा}}{\text{द्वादश} \times \text{अग्रा}} = \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{पलभा}}{\text{अग्रा}}$$

ह्यांत अश आणि छेद ह्या दोहोंना छायाकर्णाने गुणून त्रिज्येने भागावे म्हणजे

$$\begin{aligned} \text{सममण्डलकर्ण} &= \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{पलभा} \times \text{छायाकर्ण}}{(\text{अग्रा} \times \text{छायाकर्ण} - \text{त्रिज्या})} = \text{मध्याग्रा} \\ &= \frac{\text{पलभा} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{मध्याग्रा}} \quad (\text{श्लोक २२ प्रमाणे}) \end{aligned}$$

म्हणून उपपत्तिचा दुसरा प्रकार —

$$\frac{\text{पलभा}}{\text{पलकर्ण}} = \frac{\text{अग्रा}}{\text{तद्दहति}} \quad \therefore \text{दहति} = \frac{\text{पलकर्ण} \times \text{अग्रा}}{\text{प्रभा}}$$

तद्दहति मध्यकर्ण : पलकर्ण सममण्डलकर्ण

$$\therefore \frac{\text{मध्यकर्ण} \times \text{पलकर्ण}}{\text{दहति}} \quad \therefore \frac{\text{मध्यकर्ण} \times \text{पलकर्ण} \times \text{प्रभा}}{\text{पलकर्ण} \times \text{अग्रा}}$$

$$\therefore \frac{\text{मध्यकर्ण} \times \text{पलभा}}{\text{अग्रा}} = \text{सममण्डलकर्ण}$$

स्वक्रांति ज्यात्रिजीवाग्नीलम्बज्यास्राग्रमौर्विका ।

स्वेष्टकर्ण हताभक्तात्रिज्ययाग्राडगुलादिका ॥ २७ ॥

इष्ट दिक्शोच्या रत्रिकान्तिळा (क्रान्तिज्येला) त्रिज्येने गुणाचे आणि लम्ब ज्येने (अक्षांश कोटिज्येने) भागाचे म्हणजे अग्रेची मुत्रज्या येते;

तसेच, अग्रेस्या भुजज्येला मध्यान्हकर्णने गुणाचे आणि त्रिज्येने भागाचे म्हणजे त्या कर्णाला अनुरूप अशी अग्रा येते. हिलाच स्वकर्णाप्रा म्हणतात.

स्पष्टीकरण:—लम्बज्येला : जशी त्रिज्या, तशी : : क्रान्तिज्येला : अग्रा

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{क्रान्तिज्या}}{\text{लम्बज्या}} = \text{अग्रा} \dots\dots \dots (१)$$

त्रिज्येला : जशी अग्रा : : तशी (इष्टकालीन) कर्णाला : कर्णाप्रा

$$\therefore \text{स्वकर्णाप्रा} = \frac{\text{अग्रा} \times \text{इष्टकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} \dots\dots \dots (२)$$

आतां कोणशब्दु आणि दृज्या द्वारे सांगतात:—

त्रिज्यावर्गार्धतोऽग्रज्यावर्गोनाद्द्वादशाहतात् ॥ २८ ॥

पुनर्द्वादशनिम्नाच्च लम्ब्यतेयत्फलंबुधैः ॥

शङ्कुवर्गार्धसंयुक्तविपुरद्वर्गभाजितात् ॥ २९ ॥

तत्रेवकर्णीनाम तापृथक्स्थापयेद्वुधः ॥

अर्कज्ञीविपुरच्छायाग्रज्ययामुणिता तथा ॥ ३० ॥

भक्ता फलाख्यंतद्वर्गसंयुक्तकर्णीपदम् ॥

फलनहीनसंयुक्तदक्षिणाचरगोलयोः ॥ ३१ ॥

याम्ययोर्विदिशोः शङ्कुर्वेगाम्योत्तरेर्वौ ॥

परिभ्रामतिशङ्कोस्तुशङ्कुरुत्तरयोस्तु सः ॥ ३२ ॥

—त्रिज्येचा वर्ग करून त्याची निगपट करावी; त्यातून अग्रवर्ग घजा करावा. चाक्रीला

$$१४४ \text{ नी गुणून त्या गुणाकाराला पलभा}^२ + ७२ \text{ ह्या बेरजेचा भाग घावा. } \left(\frac{\text{चाक्री} \times १४४}{७२ + \text{पलभावर्ग}} \right)$$

ह्या प्रकाराला ज्योतिषज्ञ “ करणी ” असे म्हणतात. ही “ करणी ” निराळी माझून ठेवावी. मग पलभेला चारांनी (१२) आणि पूर्वीक अग्रा अशा दोन्ही पदानांनी गुणाचे; आणि त्या समुक्त गुणाकाराला पूर्वी निर्दिष्ट केलेल्या “ करणी ” चा म्हणजे ७२ + पलभावर्ग ह्या (बेरजे) चा भाग घावा जो भागाकार येईल त्याला “ फल ” अशी संज्ञा द्यावी. नंतर ‘फल’ वर्गाने ‘ करणी ’ वर्ग ह्या

वेरजेचें वर्गमूळ काढावें. (दक्षिण गोलांत) त्या वर्गमूळांतून “ फल ” वजा करावें; आणि (उत्तर गोलांत) त्या वर्गमूळामध्ये “ फल ” मिळवावें. जे उत्तर येईल त्याला “ कोणशङ्कु ” म्हणतात. आग्नेय, नैर्ऋत्य, वायव्य, आणि ईशान्य अशा चारही दिशांस चार “कोणशङ्कु” असतात. त्रिज्यावर्गांतून कोणशङ्कुरी वजा केल्यास बाकी राहिल तिच्या वर्गमूळाला “दृग्ज्या” म्हणतात.

स्पष्टीकरण:—हे श्लोक फारच छिष्ट आहेत त्यांतील सारांशाची माण्डणी अशी:—त्रिज्यावर्ग—अप्रावर्ग=शेष (बाकी); बाकी × १४४ भागिळे पलभावर्ग + ७२ = “ करणी ” ;

$$१२ \text{ पलभा } \times \text{अप्रा भागिळे (पलभावर्ग + ७२)} = \text{“फल”}$$

$$\text{फल}^२ + \text{करणी}^२ = \text{सयोग}$$

$$\sqrt{\text{सयोग}} \pm \text{फल} = \text{कोणशङ्कु}$$

$$\text{त्रिज्या}^२ - \text{कोणशङ्कु}^२ = \text{दृग्ज्या}^२$$

उपपत्ति

जेव्हां सूर्याचे उन्नतांश आणि नतांश समसमान असतात तेव्हां त्या काटकोन त्रिकोणाचा मुज आणि कोटि हेही समसमान असतात. अशा त्रिकोणाच्या कर्णरेषेला दृग्ज्या म्हणतात. दृग्ज्या ही दोज्या समजून तिला जी कोटि-रेषा असते ती “ कोणशङ्कु ” ह्याची निष्पत्ति असकृत्वर्माने दि होते. परंतु तें गणित त्रासदायक आहे. सिद्धान्तकारांनी येथे निराळ्या रीतीने कोणशङ्कु आणला आहे. प्राचीन काळी ग्रीक लोकांना Sines देखील माहीत नव्हत्या. त्याकाळी म्हणजे इसवी सनापूर्वी ३०० वर्षे “करणी” (Surds) आणि वर्गसमीकरणे (Quadratics) आणि तसेच मुजज्या, कोटिज्याहि आम्हांस सूक्ष्मपणे माहीत होत्या, ही गोष्ट खरोखर अभिमानास्पद आहे. आतां उपपत्ति लिहू:—

प्र = पलभा; को = कोणशङ्कु = महाशङ्कु

दृग्ज्या^२ (कर्णरूप) = कोटि^२ + मुज^२; परंतु येथें मुज = कोटि म्हणून.

$$\text{दृग्ज्या}^२ = २ \text{ मुज}^२ \dots\dots\dots (१)$$

$$\text{कोणशङ्कु}^२ = \text{त्रिज्या}^२ - \text{दृग्ज्या}^२$$

$$\therefore \text{त्रिज्या}^२ = \text{को}^२ + २ \text{ मुज}^२ \dots\dots\dots (२)$$

पलभा; शंकुतल (श्लो० २४ प्रमाणे)

$$\frac{\text{पलभा}}{१२} = \frac{\text{शंकुतल}}{\text{कोणशंकु}}$$

$$\therefore \text{शङ्कुतल} = \text{पलभा} \times \text{कोणशङ्कु} \div १२ \dots\dots\dots (३)$$

(महाशंकु) मुज = अग्रा + पलभा (किंरा) शंकुतल (श्लोक २४ प्रमाणे)

$$[\text{महणून}] \text{ मुज} = \frac{\text{अग्रा} \pm \text{पलभा} \times \text{कोणशंकु} \dots \dots \dots}{१२} \quad (४)$$

परंतु त्रि^२ = को^२ + २ मुज^२. लगून,

$$\begin{aligned} २ \text{ मुज}^२ &= \frac{२ \text{ प्र}^२ \times \text{को}^२}{१४४} \pm \frac{२ \times २ \text{ प्र. को अग्रा}}{१२} + २ \text{ अग्रा}^२ \\ &= \frac{\text{प्र}^२ \text{ को}^२}{७२} \pm \frac{\text{प्र. को. अग्रा}}{३} + २ \text{ अग्रा}^२ \end{aligned}$$

$$- \text{महणून (२) प्रमाणे, को} + \frac{\text{प्र}^२ \text{ को}^२}{७२} \pm \frac{\text{प्र. को. अग्रा}}{३} + २ \text{ अग्रा}^२ = \text{त्रि}^२$$

वरील समीकरणाळा ७२ नीं गुणून:—

$$\begin{aligned} ७२ \text{ को}^२ + \text{प्र.}^२ \text{ को}^२ \pm २४ (\text{प्र. को. अग्रा}) + १४४ \text{ अग्रा}^२ &= ७२ \text{ त्रि}^२ \\ ७२ \text{ को}^२ + \text{प्रै} &= \text{को}^२ (\text{प्रै} + ७२), \text{ महणून} \end{aligned}$$

प्र^२ + ७२ द्वानिं मागून

$$\text{को}^२ \pm \frac{२४ \text{ प्र. को. अग्रा}}{\text{प्र}^२ + ७२} = \frac{७२ \text{ त्रि}^२ - १४४ \text{ अग्रा}^२}{\text{प्र}^२ + ७२}$$

द्वात $\frac{१२ \text{ प्र.} \times \text{अग्रा}}{\text{प्र}^२ + ७२}$ “ द्वाळा फल ” संज्ञा दिखी. तसेंच

$$\frac{१४४ (\text{त्रि}^२ - \text{अग्रा}^२)}{३} - \text{प्र}^२ + ७२ \text{ ही “ करणी ” (Sard)}$$

आणि ($\frac{\text{त्रि}^२}{३}$ हें त्रिज्या वर्गार्ध) महणून;

कोणशंकु^२ \pm २ फ. को = करणी; द्वात फल^२ मिळवून

कोणशंकु^२ \pm २ फ को + फल^२ = करणी + फल^२; नंतर द्वाचे वर्गमूळ काढले.

$$\therefore \text{कोणशंकु} \pm \text{फल} = \sqrt{ (\text{करणी} + \text{फल}^२) }$$

$$\text{तेम्हा — कोणशंकु} = \sqrt{ (\text{करणी} + \text{फल}^२) } \pm \text{फल}$$

याप्रमाणे कोणशंकु सिद्ध झाला.

तत्रत्रिज्यावर्गविश्लेषान्मूलं दृग्ज्याभिधीयते ॥

कोणशंकुचा वर्ग त्रिज्या वर्गात्तत्र वजा करून बाकी राहिल, तिच्या वर्ग मूळाचा दृग्ज्या म्हणतात.

स्वशंकुनाचिभज्यासेदृक्त्रिज्येद्वादशाहते ॥ २३ ॥

दृग्ज्या आणि त्रिज्या ह्यांपैकी प्रत्येकास द्वादशांगुल शंकूने गुणून कोणशंकूने भागिले असता (अर्थात् $\frac{\text{दृग्ज्या} \times १२}{\text{कोणशंकू}}$ पासून) “ छाया ” कळते आणि $\frac{\text{त्रिज्या} \times १२}{\text{को}}$

ह्यापासून छायाकर्ण कळते.

स्पष्टीकरण:—सूर्य उदय पावल्यापासून मध्ययाम्योत्तरावर येईपर्यंत जितका परिव-
विभाग आक्रमण होतो त्यांत ज्या प्रदेशांत सूर्य बरोबर ४५ अंशावर येतो त्यावेळी तो
कोणस्थ आहे असे म्हणतात. अशावेळी त्याचे सममण्डलापर्यंत जे लम्बरूप अन्तर तेहि
४५ अंशच जर हाईल तर त्यावेळी दक्षिण गोलार्त (आकाशविषुवाच्या दक्षिणेस)
कोणशंकूची किंमत शून्य असते, परंतु उत्तर गोलार्तमात्र चारी कोणामध्ये चार कोण-
शंकू उत्पन्न होतात. ज्या वेळी “ भुज ” आणि “ कोटि ” समसमान होतात अशा-
स्थानी सूर्य येतो तेव्हाच दृग्ज्या आणि कोणशंकू हे उत्पन्न होतात. इतर वेळी सूर्याच्या
स्थानापासून भूतलापर्यंत जो लम्ब असतो त्याला महाशंकू ही संज्ञा आहे; म्हणून ह्या
श्लोकातील उपपत्ति मागे २०, २१ श्लोकांत जी उपपत्ति सांगितली तिचाच पर्याय आहे.
(मागील उपपत्ति:—महाशंकू : दृग्ज्या :: द्वादश : पलभा

∴ दृग्ज्या × १२ ÷ महाशंकू = छाया; आणि त्रि × १२ ÷ महाशंकू = छायाकर्ण

नतांश हे “ अ ” (स्वस्वनिक्ता) पासून मोजतात—जसे:—

अ-सू, अर्सू, आणि अस्सू हे सूर्याचे निरनिराळ्या स्थानाचे नतांश आहेत.

अ-वि हे विषुवाचे नतांश; नतांश म्हणजे शुक्रावा.

विषुवाच्या नतांशाना अक्षांश म्हणतात क्रान्ति “ वि ” पासून मोजतात.

विस्सू ही क्रान्ति; अ-सू हे नतांश. हे एकाच दिशेचे असल्यास अस्सू = (विस्सू + अवि)
= क्रान्ति + अक्षांश.

अ हा स्वस्वस्तिकाक विन्दू श्चि-ति हे क्षितिज; अणु-हे पूर्वापरवृत्त; विषु हे विषुव;
आणि सू, सूर्, सूर् ही सूर्याची स्थाने आदेन; पैकी, सूर् हे विषुवाचे दक्षिणेस, सूर् हे उत्तरेस परंतु
वि आणि अ ह्यांचेमध्ये म्हणजे “ अ ” चे दक्षिणेस आद, आणि सूर् हे “ वि ” आणि “ अ ”
ह्या दोन्हीचेहि उत्तरेस आदे. अर्सू = अक्षांश - क्रान्ति; अस्सू = क्रान्ति - अक्षांश

क्रान्ति आणि नतांश.

क्रान्ति दक्षिण आणि अक्षांश उत्तरेचे म्हणजे मित्र दिशाचे असल्यास

नतांश = अक्षांश + क्रान्ति, परंतु क्रान्ति उत्तर, आणि अक्षांशहि उत्तरेचे असल्यास

नतांश = (अस्') } अक्षांश - क्रान्ति,
नतांश = (अस्'') } क्रान्ति - अक्षांश

“ अ ” स्वस्वरितक,

वि - पुत्र = त्रिपुत्र

व - र = चर-ज्या

ध्रु - व = उन्मण्डल

अ - क्षि = अहोरात्र (घुज्या)

वि - पु = अग्र

व - ज्या = अग्र

(Amplitude)

अ - व पूर्वापरवृत्त

क्षि - ज्या = क्षितिज्या

क्षि - ति = क्षितिज.

सू - पु = रविचे ध्रुवसूत्र.

वि पु व र = अन्त्या (त्रिपुत्र + चर)

Semi diurnal Arch

अ - ज्या = हति

सू - ज्या = इष्टहति

$$\frac{\text{इष्टान्त्या}}{\text{अन्त्या}} = \frac{\text{इष्टहति}}{\text{हति}}$$

उत्तर गोलामध्ये { अन्त्या - नतोऽक्रमज्या = इष्टान्त्या.
र-क्षि + क्षितिज्या = इष्टहति.

दक्षिण गोलार्त { क्षि - क्षितिज्या = इष्टहति
त्रिज्या - चर-नतोऽक्रमज्या = इष्टान्त्या.

घुज्या + क्षितिज्या = हति उत्तरगोले

घुज्या - क्षितिज्या = हति दक्षिणगोले

दिनार्ध - उन्नतकाल = नतकाल.

—:—

छायाकर्णोत्तु कोणेपु यथास्त्रदेशकालयोः ॥

त्रिज्योदक्चरजायुक्ता याम्यायां तद्विचरिता ॥ ३४ ॥

उत्तर गोलार्त (त्रिपुत्र) त्रिज्येमध्ये चरज्या मिळविली असता आणि (दक्षिण गोलार्त) वजा केली असता अन्त्या (Semi diurnal Arch) मिळून होते. अन्त्येमध्ये नतोऽक्रमज्या वजा केल्याने इष्टान्त्या मिळते इष्टान्त्यला घुज्येने गुणून त्रिज्येने मागिले असता हति - (अहोरात्र-दिनार्ध) उत्पन्न होते.

अन्त्यानतोत्क्रमज्योनास्त्राहोरात्रार्धसङ्गुणा ॥

त्रिज्याभक्ताभवेच्छेदोलम्बज्यामोऽथभाजितः ॥ ३५ ॥

त्रिभज्यया भवेच्छुस्तद्वर्गपरिशोधयत् ॥

त्रिज्यावर्गात्पदं दृज्याछायाकर्णात्पूर्ववत् ॥ ३६ ॥

दृनीला लंबज्येने (कोटिज्येने) गुणन त्रिज्येने भागवें दृणजे शङ्क निष्पन्न होतो. त्रिज्या-वर्गात्तु शङ्कर्म यजा करून बायीं राहील तिवें वर्गमूळ काढावें दृणजे दृज्या कळते; आणि दृज्येनास्तु छाया, आणि छायाकर्ण उपलब्ध होतात.

स्पष्टीकरणः—घुज्येत : जशी त्रिज्या : : दृति : अन्त्या

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{दृति}}{\text{घुज्या}} = \text{अन्त्या} \quad (१)$$

$$\therefore \text{दृति} = \frac{\text{घुज्या} \times \text{अन्त्या}}{\text{त्रिज्या}} \quad (२)$$

$$\frac{\text{क्षितिज्या}}{\text{चरज्या}} = \frac{\text{दृति}}{\text{अन्त्या}} \quad (\text{स्पष्टाधिकार श्लोक ६१})$$

$$\therefore \text{अन्त्या} = \frac{\text{चरज्या} \times \text{दृति}}{\text{क्षितिज्या}} \quad (३)$$

$$\therefore \text{दृति} = \frac{\text{अन्त्या} \times \text{क्षितिज्या}}{\text{चरज्या}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (४)$$

$$= \text{घुज्या} + \text{क्षितिज्या}$$

$$\frac{\text{दृति}}{\text{दिनार्ध शङ्क}} = \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{लम्बज्या}}; \quad \frac{\text{महाशङ्क}}{\text{दृति}} = \frac{१२}{\text{अक्षकर्ण}}$$

$$\therefore \text{दिनार्ध शङ्क} = \frac{\text{लम्बज्या} \times \text{दृति}}{\text{त्रिज्या}} \quad [१]$$

त्रिज्यां — कोणशङ्क = दृज्या

$$\therefore \text{दृज्या} = \sqrt{(\text{त्रिज्या}^2 - \text{कोणशङ्क}^2)}$$

$$\frac{\text{दृज्या}}{\text{महाशङ्क}} = \frac{\text{छाया}}{\text{द्वादशाङ्गुल}}; \quad \frac{\text{त्रिज्या}}{\text{महाशङ्क}} = \frac{\text{मध्यान्ह छायाकर्ण}}{\text{द्वादशाङ्गुल}}$$

$$\therefore \text{छाया} = \frac{१२ \times \text{दृज्या}}{\text{महाशङ्क}} \quad [२]$$

$$\therefore \text{छायाकर्ण} = \frac{१२ \times \text{त्रिज्या}}{\text{महाशंकू}}$$

[३]

द्वा प्रमाणे प्रक्रिया सिद्ध ज्ञाली.

अभीष्टच्छायायाभ्यस्तात्रिज्यातत्त्वर्णभाजिता ॥
 दृग्ज्या तद्वर्गसंशुद्धात्रिज्यावर्गाच्चयत्पदम् ॥ ३७ ॥
 शंकुः स त्रिभजीरात्रः स्वलम्बज्याधिभाजितः ॥
 छेदः स त्रिज्ययाभ्यस्तः स्वाहोरात्रार्धभाजितः ॥ ३८ ॥
 उन्नतज्या तथा हीना स्वान्त्या शेषस्य कार्मुकम् ॥
 उत्क्रमज्याभिरेवं स्पुः प्राक्पश्चार्धनतासवः ॥ ३९ ॥

इष्टकालिक छायेने त्रिज्येस गुणाये आणि छायाकर्णाने भागाये म्हणजे दृग्ज्या मिळते; त्रिज्यावर्गांत—दृग्ज्या वर्ग उणा केला आणि बाकी राहिल तिचे वर्गमूळ काढले म्हणजे शंकू उपलब्ध होतो. शंकू आणि त्रिज्या द्यांच्या गुणाकाराला लम्बज्येने भागिले असता इति उत्पन्न होते.

इतिला त्रिज्येने गुणून घुज्येने भागिले म्हणजे इष्टान्त्या (उन्नतज्या) उपलब्ध होते. द्या इष्टान्त्येन अन्त्येमध्ये वजा केल्याने नतकालोत्क्रमज्या निष्पन्न होते. हिलाच “शर” अशी संज्ञा आहे. नतोत्क्रमज्येचे चाप (arc) केले म्हणजे त्या पासून नतकालाचे “असू” समजतात. हे “नतासु” पूर्वाह्नी पूर्वनत, आणि अपराह्नी पश्चिमनत असतात.

स्पष्टीकरणः—दांतील विषय पूर्वेच देऊन गेला आहे. त्याची प्रक्रियाः—

$$\frac{\text{छाया}}{\text{छायाकर्ण}} = \frac{\text{दृग्ज्या}}{\text{त्रिज्या}}$$

$$\therefore \text{दृग्ज्या} = \frac{\text{छाया} \times \text{त्रिज्या}}{\text{छायाकर्ण}} \dots\dots\dots (१)$$

$$\cdot \text{दृग्ज्या} = \text{त्रिज्या} - \text{शंकुचापोत्क्रमज्या} \dots\dots\dots (२)$$

$$\text{शंकु} = \text{त्रिज्या} - \text{दृग्ज्याचापोत्क्रमज्या} \dots\dots\dots (३)$$

$$\text{अन्त्या} - \text{नतोत्क्रमज्या} = \text{इष्टान्त्या} \quad \text{अर्थात्}$$

$$\text{अन्त्या} - \text{इष्टान्त्या} = \text{नतोत्क्रमज्या} \dots\dots\dots (४)$$

नतोत्क्रमज्येला ‘शर’ म्हणतात.

$$\frac{\text{शर} \times \text{दुःचा}}{\text{त्रिज्या}} = \frac{\text{शर} \times \text{क्षितिज्या}}{\text{दृग्ज्या}} = \text{फल.}$$

$$\text{इति} - \text{फल} = \text{इष्टइति} \dots\dots\dots (५)$$

इष्टाग्रामी तु लम्बज्या स्वकर्णाद्गुलभाजिता ॥

क्रान्तिज्या सा त्रिजीवाभी परमापक्रमोद्धृता ॥ ४० ॥

इष्टामेला लम्बज्येने गुणून इष्टकालीन छायाकर्णाने भागाये म्हणजे इष्टकालीन क्रान्तिज्या समजून येते; इष्टक्रान्तिज्येला त्रिज्येने गुणून परमक्रान्तिज्येने भागिले असतां इष्ट मुज्या येते. त्याचा मुज केला म्हणजे त्या पासून (श्लोक १९) प्रमाणे सायन सूर्य काढता येतो.

स्पष्टीकरणः—अहोरात्र वृत्त (किंवा उदयास्त वृत्त) ह्याच्या अग्रपासून पूर्व किंवा पश्चिम विदुपर्यंत क्षितिजावर मोजलेले जें चागमरु अन्तर त्याला अग्रा म्हणतात. इष्ट वर्तुळाभ्ये—पूर्वापर वृत्तावर जी अमा दिसते ती इष्टाग्रा;

त्रिज्येला : जशी अमा :: तशी इष्टकर्णाला : इष्टाग्रा.

$$\frac{\text{इष्टाग्रा} \times \text{त्रिज्या}}{\text{इष्ट कर्ण}} = \text{अमा. (Amplitude)} \dots \dots (१)$$

इष्ट कर्णाला : कोटिज्या :: अमेला : क्रान्तिज्या

$$\frac{\text{कोटिज्या} \times \text{अमा}}{\text{इष्ट कर्ण}} = \text{क्रान्तिज्या} \dots \dots (२)$$

परमक्रान्तिज्या (Obliquity) : त्रिज्या :: तसा इष्टक्रान्तिज्या : मुज

$$\therefore \frac{\text{इष्टक्रान्ति} \times \text{त्रिज्या}}{\text{परमक्रान्तिज्या}} = \text{मुज} = \text{सायनसूर्य (Sun's Longitude)}$$

—:—

तच्चापं भादिकं क्षेत्रं पदैस्तत्रभवो रविः ॥

इष्टेऽह्निमध्ये प्राक्पश्चाद् धृत्ते वाहुत्रयान्तरे ॥ ४१ ॥

मत्साद्वयान्तरगुते ह्यिस्पृक् सत्रेणभाभ्रमः ॥

इष्ट दिवशी पूर्वही किंवा अपराह्नी तीन मुजाप्र बिन्दू घ्यावे आणि त्या बिन्दूयेकी मधल्या बिन्दूपासून वर्तुळ काढून बाजूच्या बिन्दूनी कोंस (मरस्य) सिद्ध करावे; व त्यांच्या मुखाकडील व मागील बिन्दूतून सरळ रेषा काढून मुखाच्या दिशेकडे वाढवाव्या. ह्या रेषा जेथे एकत्र मिळतील तो बिन्दू मध्य मानून कोणत्याहि मुजाप्र बिन्दूच्या त्रिज्येने महावर्तुळ काढिले असतां ते तिन्ही मुजाप्र बिन्दूना स्पर्श करील. ह्या वर्तुळाला भा—अमवृत्त म्हणतात.

स्पष्टीकरणः—ह्यातील प्रकारचा नीट बोध होत नाही, व हा प्रकार नास्कराचार्यांस मान्य नाही म्हणून उपपत्ति देण्याचा प्रयत्न केला नाही.

त्रिभद्युकर्णार्धगुणाः स्वाहोरात्रार्धभाजिताः ॥ ४२ ॥
 क्रमादेकद्वित्रिभज्यास्तच्चापानि पृथक् पृथक् ॥
 स्वाधोधः परिशोभ्याथमेपाल्लङ्कोदयासवः ॥ ४३ ॥

एकराशिची म्हणजे तीस (३०) अंशांची, त्याचप्रमाणे ६० साठ अंशांची, आणि तिसरी तीन राशींची अर्थात् ९० अंशांची अशा निरनिराळ्या गुज्या व्याख्या; त्यांची प्रत्येक गुज्येला तीन राशींच्या परम क्रान्ति कोटिनं गुणां, व आपआपल्या क्रान्तिच्या कोटियेने भागावे व भागाकार निर्दिष्ट गुज-कोटिज्यांचीं चापे करावीं. एक राशीच्या भागाकाराचें जें चाप येईल तेंच मेष राशिच्या लङ्कोदयाचे उदयासु होतात. दोन राशींच्या भागाकारापासून जें चाप येतें त्यातून पहिलें चाप वजा केलें म्हणजे वृषभराशिचें लङ्कोदयासु येतात; आणि तीन राशिंच्या चापांतून दोन राशिचें चाप उणें केलें म्हणजे मिथुन राशिचें लङ्कोदयासु येतील.

स्पष्टीकरणः—लङ्कोदय म्हणजे निरक्ष प्रदेशी क्षितिजावर मेवादि राशिचे पूर्ण उदय होण्यास जो काल लागतो तो. ह्याच विषुवक्षितिजाचा उत्तर आणि दक्षिण अक्षांशांतील प्रदेशांत उन्मण्डल ह्या नांवानें निर्देश करतात.

त्रिज्येला : जशी विषुवस्थकोटिज्या :: तशी मेवादि राशिना किती ?

$$\text{याचें उत्तर} = \frac{\text{विषुवपरमको} \times \text{मेवादिज्या}}{\text{त्रिज्या}} \dots\dots\dots (१)$$

बुज्येला : राशिकोटिज्या :: तशी त्रिज्येला किती ?

$$\text{याचें उत्तर} = \frac{\text{राशिकोटिज्या} \times \text{त्रिज्या}}{\text{बुज्या}} \dots\dots\dots (२)$$

(१) मधील किंमत (२) मध्ये ठेऊन

$$\text{उत्तर येतें तें} = \frac{(\cos \text{ob}) \text{ परमकोटिज्या} \times \text{मेवादिज्या}}{\text{बुज्या}} = \sin R. A.$$

क्रान्ति कोटिज्येला बुज्या (cos Declination) म्हणतात.

मिथुन, वृषभ आणि मेष ह्यांचेच उदयासु क्रमानें कर्क, सिंह, आणि कन्या ह्यांचे लङ्कोदयासु होतात. व तेच पुनः उलट क्रमानें तुलादि सहा राशींचे उदयासु असतात.

- मेवाचे लङ्कोदयासु १६७०
- वृषभाचे ,, ,, १७९५
- मिथुनाचे ,, ,, १९३५ असे आहेत.

ह्या पेशां भास्कराचार्यांचा नियम विदेश सोईचा आहे. कारण त्यांत ९० अंशांच्या कोटिज्येची किंमत घेणेचें कारणच पडत नाही. आचार्य म्हणतात की, एक, दोन, आणि तीन राशींच्या भुज्यांना (प्रत्येकी), त्रिज्येनें (=३४३८ नें) गुणावें आणि स्वकीय बुज्येनें (३२१८, ३३६६, ३४३८) भागून त्या भागाकारापासून निर निराळीं चापें आणावा. ह्या नियमानें आक्रम भोगापासून (Ecliptic Longitude पासून) विषुव-भोग (Degrees of R. A.) साध्य करता येतात.

स्वागाष्टयोऽर्धगोऽंगकाः अरज्यङ्गहिमांशवः ॥

स्वदेशचरखण्डोनाभ्रन्तीष्टोदयासवः ॥ ४४ ॥

व्यस्ताव्यस्तर्युताः स्यैः स्यैः कर्कटाद्यास्तत्स्रयः ॥

उत्क्रमेण पडेवते भवन्तीष्टास्तुलादयः ॥ ४५ ॥

ह्यांत लंकोदयांना आपआपल्या स्वदेशीय उदयाचे “ अष्टु ” साध्य करण्याचा नियम सांगतातः—

नंतर मेघ, वृषभ, आणि मिथुन ह्यांच्या लंकोदयांत स्वकीय चरखण्डें वजा केल्यानें स्वोदय उपलब्ध होतात. तींच चरखण्डें उलट क्रमानें मिथुन, वृषभ, मेघ ह्यांच्या लंकोदयांत मिळविळी असतां कर्क, सिद्ध आणि कन्या ह्यांचें स्वोदय सिद्ध होतात, आणि तेच उलट क्रमानें तुलादि राशींचें उदयासु होतात.

स्पष्टीकरणः—हीं चरखण्डें आणण्याची रीति भास्कराचार्यांनी उत्तम रीतीनें स्पष्ट केली आहे, परंतु त्यातील स्थूल रीतिच हल्ली प्रचारात आहे. ती अशी की, पलमेस १०, ८, ३, ह्या पैकीं प्रत्येक पदानें गुणावें म्हणजे गुणाकार पळामक येतो. हींच चरखण्डें होत. ह्यापैकी पहिलें मेघोदयांत, दुसरें वृषभोदयांत, आणि तिसरें मिथुनोदयांत वजा करावें म्हणजे स्वोदय येतात. नंतर तिसरें मिथुनोदयांत, दुसरें वृषभोदयांत ह्याप्रमाणें मिळविळी असतां कर्कादि उदय येतात.

ह्या चरखण्डांना Aseasonal Difference म्हणतात. ज्या राशीचा स्व-क्षितिजामध्यें उदय (उन्मण्डलाच्या) अगोदर होतो त्यांची चरखण्डें ऋण असतात.

राशिच्या उदयासुवरून राश्यंशांना अनुरूप असे सुजासु, भोग्यासु काढतां येतात.

गतभोग्यासवः कार्याभास्करादिष्टकालिकात् ॥

सोदयासुहता भुक्तभोग्याभक्ताः खत्राह्निभिः ॥ ४६ ॥

अभीष्टघटिकासुभ्यो भोग्यासून् प्राविशोधयेत् ॥

तद्ब्रह्मदेष्यलघासून् एवं यातां सथोत्क्रमात् ॥ ४७ ॥

शेषंचेत् त्रिंशताभ्यस्तमशुद्धेन विभाजितम् ॥

भागहीनंच युक्तंच तल्लघ्नं क्षितिजेतदा ॥ ४८ ॥

(सायन) सूर्य ज्या राशिच्या ज्या अंशात असेल त्या राशिचा तोच अंश औदयिक लग्न असतें; म्हणून सूर्याच्या मुक्त व भोग्य राशिच्या उदयासुवरून मुक्तासु, आणि भोग्यासु आणावे ते असे: मुक्तांश किंवा भोग्यांश ह्यांपैकी एकांन उदयासूनां गुणून तिसांनीं भागावें. म्हणजे भागाकार त्या राशीचे भोग्यासु येतील. नंतर इष्ट घटिकांचे असू करून त्यांतून सूर्य राशिचे भोग्यासु—आणि त्या पुढील जितक्या पूर्ण राशीचे उदयासु वजा जातील तितके करावे. राशिचे उदयासु पूर्णपणें वजा जाणार नाहींत तिळा अशुद्ध राशि म्हणतात. नंतर बाकी राहिलेल्या असूंना तिसांनीं गुणून अशुद्ध राशीच्या असूंनीं भागावें. म्हणजे ज्या राशीचे उदितांश येतील तेच लग्न. ह्याप्रमाणें मुक्तासुवरूनहि त्राराल रीतीनेच लग्न—साधन करावें.

ह्यांची उपपत्ति स्पष्ट आहे.

प्राक्पश्चान्नतनाडीभिस्तस्माल्लङ्कोदयासुभिः ॥

भानौ क्षयधनेकृत्वा मध्यलग्नतदाभवेत् ॥ ४९ ॥

नतकाल घटिका आणि स्पष्ट (सायन) सूर्य याच्या मुक्ताशापासून लग्नसाधन करण्याच्या पद्धतिप्रमाणें लंकोदयापासून याम्योत्तर लग्न साध्य करावें. ह्यालाच दशमलग्न म्हणतात. पश्चिम नतकाली मुक्तासुमध्ये पुढील लंकोदय मिळवावे आणि पूर्व नतकालाच्या असूमध्ये सूर्याचे आणि मागील राशीचे लंकोदयासु वजा करून दशमलग्न साध्य करावें.

स्पष्टीकरणः—सायन दिनमानाच्या घटिका साठच. त्यांत मध्यरात्रीपासून मध्यान्हपर्यंतच्या अर्धांश पूर्वार्ध आणि मध्यान्हपासूनच्या उत्तरार्धांश पश्चिमांश म्हणतात. सूर्यपूर्वांशी जितका असेल तेथपासून मध्यान्हपर्यंतच्या घटि हा पूर्वनत काल. आणि पश्चिमांशांत सूर्य असला तर मध्यान्हानंतरच्या घटिना पश्चिम नतकाल म्हणतात. सूर्य पूर्व कपाली असला म्हणजे दशमलग्न—राशिच्या पुढें सूर्य असतो म्हणून पूर्व—नतकालांत मागील मुक्तासु वजा करावे लागतात. अपराणहीं दशमलग्न सूर्याच्या पुढें असतें म्हणून मुक्तासु घन होतात.

भोग्यान्नूनकस्याथ मुक्ताधनधिकस्यच ॥

संपिण्ड्यान्तरलग्नासूनेधं स्यात्कालसाधनम् ॥ ५० ॥

इष्टकाल साधनः—

लग्न आणि स्पष्ट (सायन) सूर्य ह्यांच्यामध्ये जर सूर्य अगोदरचा म्हणजे पूर्वी उदित असेल किंवा लग्न अगोदरचें असेल तर अगोदर उदित होण्याचे भोग्यासु आणि जो नंतरचा (पूर्व दिशाचा) असेल त्याचे मुक्तासु ह्यांची बेरीज करून त्या बेरीजेंत लग्न आणि सूर्य ह्यांच्या दरम्यानचे सर्व असु मिळविले म्हणजे लग्नाच्या इष्ट घटि समजतात.

स्पष्टीकरणः—सूर्याच्या पुढें इष्टकालीन लग्न असेल तर इष्टकाल सूर्योदयानंतरचा. असतो, आणि लग्न अगोदर येईल तर ती वेळसूर्योदया पूर्वीची असणार, हें स्पष्टच आहे.

१. भोग्यकाल हा अगोदर उदित होणाऱ्या राश्यंशापासून प्रारंभ पावून नंतर येणाऱ्याशी समाप्त होतो, म्हणून लग्न किंवा सूर्य ह्या पैकीं जें अगोदर (उगवेल) त्यापासून भोग्यासु मोजले पाहिजेत. कारण इष्टकाल हा सूर्योदयाच्या अनुरोधानेंच ठरतो.

सूर्यादूने निशाशेपेलग्रेऽर्कादधिके दिवा ॥

भक्तकार्थयुताद्भानोरधि केऽ स्तमयात्परम् ॥ ५१ ॥

म्हणूनच स्पष्ट (सायन) सूर्यपेक्षा जर लग्न पूर्वीच उदित झालें असेल तर इष्टलग्न-काल सूर्योदयाच्या पूर्वीचा असतो. तसेंच सूर्य अगोदर क्षितिजावर आला असेल तर इष्टलग्न सूर्योदयानंतरचें असतें. आणि सूर्यापासून सहा राशीपेक्षाहि इष्टलग्नाचे राश्यंश अधिक असतील तर इष्टलग्न सूर्यास्तानंतरचें आहे असें समजावें.

स्पष्टीकरणाची आवश्यकता नाहीं.

॥ इति त्रिप्रश्नाधिकारः ॥



परिशिष्ट

ह्या अधिकारामध्ये महाशंकूचा मुज काढावयाची रीति उपपत्तिसह दिली आहे. तथापि त्याची विशेष रीति शृङ्गोन्नति अधिकारांत आहे ती येथे देणें योग्य दिसतें. ती रीति अशीः—

अर्केन्दोः क्रान्ति विश्लेषो दिक्साम्पे युतिरन्वथा ।

तज्ज्येन्दुरर्काद्यत्रासौ विज्ञेया दक्षिणोत्तरा ।

मध्यान्हेन्दु-प्रभाकर्णसङ्गुणा यदि सोत्तरा ।

तदार्कमाक्ष-जीवायां शोष्या योज्या च दक्षिणा ॥

शेषं लम्बज्यया भक्तं लब्धो बाहुः स्वादिङ्मुखः ।

कोटिः शंकुः तयो र्गग्युत्तेर्मूलं शुति भवेत् ॥

स्पष्टसूर्य आणि स्पष्टचन्द्र ह्यांची स्पष्ट क्रान्ति आणावी. दोन्ही क्रान्ति एकाच दिशेच्या असल्यास त्यांचें अंतर घ्यावें, आणि भिन्न दिशांच्या असल्यास त्यांची बेरीज करावी म्हणजे “ भुज ” होतो. तो मुज सूर्याच्या ज्या दिशेस चन्द्र असतो, त्या दिशेचा होतो. चन्द्र उचरेस असल्यास भुज उत्तर, आणि चन्द्र दक्षिणेस असेल तर दक्षिण ह्याप्रमाणें होतो. “ भुज ” म्हणजे भुजज्या समजावी. ह्या भुजज्येला चन्द्राच्या छायाकर्णानें गुणावें. तसेंच अक्षांशभुजज्येला द्वादश शंकूनें गुणावें. भुज उत्तर असल्यास छायाकर्णाच्या गुणाकारांत अक्षज्या x द्वादश शङ्कु हा गुणाकार श्रण करावा, आणि भुज दक्षिण असल्यास दोन्ही गुणाकारांची बेरीज करावी; बेरीज

असो किंवा वजाबाकी असो दोन्ही वेळी लम्बज्येनें भागिलें असतां त्या त्या दिशेचा स्पष्ट भुज होतो. द्वादशाङ्गुल ही तर कायमचीच कोटिज्या आहे; म्हणून भुजवर्ग \times कोटिवर्ग हाचें वर्गमूल काढलें असतां कर्ण येईल हें सहज लक्षांत येतें.

पुढील कृति (त्रिप्रश्न० श्लोक २७२४२६) प्रमाणे आहे.

$$\begin{aligned} &\text{लम्बज्येला} : \text{जशी त्रिज्या} : : \text{तशी क्रान्तिज्येला} : \text{अप्रा} \\ \therefore \text{चन्द्राची अप्रा} &= \frac{\text{त्रिज्या} \times \text{चन्द्रक्रान्तिज्या}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots (१) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{लम्बज्या} : \text{अक्षज्या (पलमा)} : : \text{चन्द्रशंकू} : \text{शंकुतल} \\ \therefore \text{शंकुतल} &= \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{चन्द्रशंकू}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots (२) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{अप्रा} \pm \text{शंकुतल} = \text{चन्द्रभुज}$$

ह्याचप्रमाणें

$$\text{रवि अप्रा} \pm \text{शंकुतल} = \text{रविभुज}$$

परंतु सूर्यास्ताचे वेळी रविशंकू (altitude) शून्य असतो. म्हणून शंकुतल ही शून्य होतें त्यामुळे (सूर्यास्ती) अप्रा = रविभुज असें समीकरण ठरतें. (१) आणि (२) एकत्रित करून

$$\frac{(\text{त्रिज्या} \times \text{चन्द्रक्रान्तिज्या}) \pm \text{अक्षज्या} \times \text{चन्द्रशंकू}}{\text{लम्बज्या}} = \text{चन्द्रभुज.}$$

$$\text{रवि अप्रा} = \text{रविभुज.}$$

$$\text{चन्द्रभुज} \pm \text{रविभुज} = \text{स्पष्टभुज}$$

$$\therefore \frac{\text{त्रिज्या (चन्द्रक्रान्तिज्या } \pm \text{ रविक्रान्तिज्या)}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots (क)$$

$$\frac{\text{अक्षज्या} \times \text{चन्द्रशंकू}}{\text{लम्बज्या}} \dots\dots\dots$$

$$\text{क} \pm \text{ख} = \text{स्पष्ट भुज}$$

चन्द्रशंकू : त्रिज्या : : द्वादशशंकू : छायाकर्ण

$$\therefore \text{छायाकर्ण} = \frac{\text{त्रि} \times \text{द्वादश}}{\text{शंकू}} \dots\dots\dots (\text{त्रिप्रश्न २६})$$



$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या} &: \text{त्रिज्याभुज} : : \text{छायाकर्ण} : \text{स्पष्टभुज} \\ \text{स्पष्टभुज} &= \frac{\text{त्रिज्याभुज} \times \text{छायाकर्ण}}{\text{त्रिज्या}} \end{aligned}$$

$$\text{क} \pm \text{ख} = \text{त्रिज्याभुज}$$

(ख) मध्ये छायाकर्णावदल (३) ही किंमत ठेऊन

$$\begin{aligned} \text{त्रिज्या (चक्रान्ति } \pm \text{ रक्रान्ति) छायाकर्ण} &\pm \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{शंकू} \times \text{त्रि} \times \text{द्वा}}{\text{त्रि} \times \text{लम्बज्या}} \\ \text{स्पष्टभुज} &= \frac{\text{(चन्द्रक्रान्ति } \pm \text{ रविक्रान्ति) छायाकर्ण}}{\text{लम्बज्या}} \pm \frac{\text{अक्षज्या} \times \text{द्वादश}}{\text{लम्बज्या}} \end{aligned}$$

ही प्रक्रिया सिद्ध झाली.

सिद्धान्तपद्धती प्रमाणें

छायाकर्णानुरोधानें वर्षमानाचा निश्चय

रवि विषुववृत्तावर येण्याचे पूर्वी एक किंवा दोन दिवस आधीं त्याचे उन्नतांश मध्यान्हवृत्तावर प्रत्यक्ष वेधानें ठरवावें. त्यांना "रो" म्हणावें. नंतर दुसऱ्या वर्षी "रो" इतके उन्नतांश होण्याचे पूर्वी एक दिवस पुनः मध्यान्ह-उन्नतांश मोजावे; त्यांना "आ" म्हणावे; नंतर दुसरें दिवशीं हि पुनः दुसऱ्या खेपस मध्यान्होन्नतांश पहावे. ते "रो" पेशां कमी असल्यास त्याचे पुढील दिवशीं पुनः मध्यान्होन्नतांश मापावे. हे "रो" पेशां अधिक वेताळ; त्यांना "ह" म्हणावें. ह्याप्रमाणें "आ" "रो" "ह" असें तीन उन्नतांश समजळें; त्यातलें "आ" उन्नतांश "रो" पेशां कमी अणि "ह" हें "रो" पेशां जास्त आहेत. "आ" पासून "ह" इतके उन्नतांश होण्यास एकच दिवस किंवा फार तर दोन दिवस लागले असते. ह्या अन्तराल "का" असें म्हणू. नंतर उन्नतांशांच्या अन्तरावरून रविची क्रान्ति साधावी.

ह्यात ("ह-आ") इतक्या क्रान्तिळा जर "का" इतका काल :: तर (रो-आ) इतक्या क्रान्तिळा किती ? ह्याप्रमाणानें रो इतकी क्रान्ति एक वर्षानें केव्हा झाली तें समजेळ. नंतर शून्य क्रान्ति होण्याचा काल त्रैराशिकानें काढून तो वरील काळात मिळवावा. म्हणजे सांपातिक वर्षमानाचा काल सूक्ष्म येतो; व त्याला उच्चगतीचा संस्कार केला म्हणजे अगदीं सूक्ष्म असे सांपातिक वर्षमान समजतें, परंतु नाक्षत्र वर्षमान मात्र इतक्या सहजाराहजी साध्य होत नाहीं.

त्रिप्रश्नाधिकाराचा उपसंहार

मध्यमाधिकार, स्पष्टाधिकार आणि त्रिप्रश्नाधिकार ह्या तीन अधिकारांमध्ये जे विषय आलेले आहेत त्यांच्या कार्यक्षेत्रात ग्रहगणिताचा बहुतेक भाग पूर्णच होतो. आयनदृक्कर्म आणि आक्षदृक्कर्म अशासारखे एक दोन महत्त्वाचे संस्कार जे त्रिप्रश्नाध्यायातच यावयास पाहिजेत ते मात्र येथे सांगितले नाहीत, तथापि त्यांची आवश्यकता जेथे आहे त्याच प्रकारांत ते सांगितले आहेत. पुढील विषय म्हणजे आतांपर्यंतच्या गणित प्रक्रियेच्या उपयोगाचे वेगवेगळे प्रकार ह्यापेक्षा त्यांचे स्वरूप निराळे नाही. रवि चन्द्राची ग्रहणे, ग्रहयुति, नक्षत्र-ग्रह-युति, त्यांचे क्षितिजास्तोदय, प्रकाशास्तोदय, क्रातिसाम्य हाच विषय पुढील अधिकारात आहे. आणि त्यांतच आयन व आक्ष अशा दोन्ही दृक्कर्मांची आवश्यकता असते; व तेथेच त्यांचा विशेष उपयोग होतो.

प्रत्येक ग्रह त्याच्या रतःच्या कक्षावृत्तात फिरतो, परंतु सूर्यावरून पाहणारास तो जेथे दिसेल ते स्थान स्पष्टाधिकारांत मन्दस्पष्ट ह्या संज्ञेने दर्शविले आहे. पृथ्वीवरील लोकांस सूर्य-लोकावरून दिसणाऱ्या ग्रहस्थितिचे प्रत्यक्ष ज्ञान होणे अशक्य, म्हणून पृथ्वीवरूनच तो ग्रह आक्रमवृत्तावर कोठे येतो, आणि विशिष्ट दिवशी विशिष्ट वेळेस तो आक्रमवृत्तामध्ये किंवा त्याच्या अमुक अंशाच्या उत्तरेस किंवा दक्षिणेस इतक्या अंतरावर आहे हे वर्तवावे लागते. हेच स्पष्टाधिकारांमध्ये मन्द आणि दौघ अशा दोन प्रक्रियेने कसे वर्तवावे ते सांगितले आहे. स्पष्टाधिकारांत इतकाच विषय आहे.

परंतु प्रत्येक ग्रह पूर्वक्षितिजातून उदय पावतो तोहि काळ बिनचूक समजला पाहिजे. तसेच छ मध्यांतून दक्षिणोत्तर जाणारे जे मध्यान्हवृत्त त्या वृत्तावर तो उदय पावल्यापासून किती वेळाने येईल हेहि ग्रहण गणितांत अवश्य समजावे लागते. ह्या गणितांत आयन आणि आक्ष दृक्कर्मांची जरूर असते म्हणून त्रिप्रश्नाधिकारात त्यांचा समावेश केला नसावा.

सिद्धान्तकारांनी मोठ्या कुशलतेने गोलीय त्रिकोणाची उपपत्ति समग्रस्य त्रिकोणांच्या प्रमेयांनी लाविली आहे. त्यामुळे प्रक्रियेत भिन्नता सहजच आली; आणि दुसरे असे की, सिद्धांतीय त्रिकोणमितिमध्ये फक्त भुजज्या, (Sine) कोटिज्या (Cosine) आणि उक्कमज्या (Versed sine) ह्यांचेच सहाय घेतले आहे. पाथात्य पद्धतिच्या आधुनिक गणितांत Tangent (स्पर्शरेखा) आणि Cotangent (को स्पर्शरेखा) हे दोन अवच्छेदक (Ratios) ज्यास्त स्वीकारले आहेत; त्यामुळे त्रिकोणमितिची आधुनिक प्रक्रिया अधिक सुकर झाली; तथापि दोन अडांच हजार वर्षांपूर्वीहि गोलीय त्रिकोणाचे उपपादन सरळ त्रिकोणमितिने त्या वेळच्या गणितज्ञांनी करावे हे आतादेखील कौतुकास्पदच मानले जाईल.

त्रिप्रश्नाधिकारांत आयनदृक्कर्म आणि आक्षदृक्कर्म ह्यांची रीति सांगणे अवश्य होते. परंतु ती रीति नवीन विद्यार्थ्यांस समजावयास थोडी कठीण आहे. गोलीय त्रिकोणमितिच्या पद्धतिने आयन दृक्कर्म फार त्वरित होते. आक्षदृक्कर्म त्यापेक्षा समजावयास कठिण तरी तेहि लयकर उलगडते परंतु प्राचीन सिद्धान्तकारांनी सरळ त्रिकोणमितिचाच आश्रय केल्याने आणि स्पर्श (Tangent) को. स्पर्शरेखा ह्यांचा उपयोग न केल्याने तुलनेने पाहता प्राचीन गणितांत थोड्या समीकरणे जास्त होतात व

रीति लांबलचक वाटते. तथापि परिणामाच्या दृष्टीने घोळ्या कळापेक्षां जास्त फरक पडत नाही. लङ्कोदय अथवा निरक्षोदय पद्धतिने सूर्याचे विपुवांश (R. A.) कळतात. परंतु आक्रममृत्चापासून (म्ह. Ecliptic पासून) अन्तरावर असलेले चन्द्र, ग्रहनक्षत्रे इत्यादिकांचे क्षितिजोदयास्त आणि शुभ्या हाचे साधन आपनदृक्कर्म आणि आक्षदृक्कर्म ह्या संस्काराशिवाय होत नाही. म्हणून हे संस्कार त्या त्या प्रकरणांतच सांगितले आहेत.

आणखी एक विषय जो त्रिप्रश्नाधिकारांत वास्तविक येऊं शकत नाही तो अयनांशाचा प्रश्न होय. हा त्रिप्रश्नाधिकारांमध्ये मळत्याच जागी निष्कारण आला आहे. वस्तुतः अयनांशाचा प्रश्न हा खगोल वर्णनाध्यायाचा विषय आहे. कारण संपाताच्या परिभ्रमणाची उपपत्ति व्यावहारिक गणितात येऊं शकत नाही. शिवाय त्रिप्रश्नोक्त अयनांशांत वरीच चुकी आहे. त्यामुळे हे तीन चार श्लोक त्रिप्रश्नांमध्ये प्रक्षिप्त आहेत असे दिसते.

अयनांशाचे श्लोक प्रक्षिप्त आहेत असे ठरण्याचें आणखी एक महत्त्वाचें कारण असे की, सूर्यसिद्धान्त हा ग्रंथ मुख्यत्वेकरून केवळ वेध आणि वेध-गणित ह्यांचा आहे. वेध हे छाया, उन्नतांश, नतांश विपुवांश इत्यादि गोळीय, त्रिकोणपद्धतिने ध्यावयाचे असतात. त्यांतील चापाय कोन हे चल म्हणजे बदलणारे असतात. संपात चल तसाच संपातकोन Obliquity हि चल म्हणजे कमी ज्यास्त होणारा आहे. त्यामुळे उदयलग्न चल, ग्रहांची मन्दपळे चल, व कक्षापाताहि चल असा सर्वच प्रकार गणितात चल आहे. ह्या चल गणितालाच सायन गणित म्हणतात. त्यामुळे सूर्य-सिद्धान्तांतील गणित आधुनिक गणितपद्धतीप्रमाणे सायनच आहे. परंतु तेवढ्यामुळे प्राचीन पंचांग पद्धति मात्र सायन होऊं शकत नाही. कारण गणित प्रकारामध्येहि आक्रममृत्च Ecliptic आणि शर Latitude हे अचल आहेत. आणि वैदिक पंचांग पद्धतिहि अचल म्हणजे निरयनच आहे. गणित मात्र सायन ध्यावे लागते. युरोपियन Almanac मध्येहि सायन निरयन हा भेद आहेच आणि युरोपियन गणिताचा उपयोगहि निरयन आहे. ज्यास्त महत्त्व उपयोगाला आहे. साधनाला तितकें महत्त्व नाही म्हणूनच आपल्या प्राचीन परंपरेंत गणितपद्धति सायन स्वीकारली असून-हि प्राधान्य निरयनासच दिलें आहे. सूर्यसिद्धान्तांतील वर्णमानामुळे पुढील प्रश्कारांची समजूत अशी शाली की, सिद्धान्तगणिताची पद्धतिहि निरयनच आहे. त्यामुळे आपल्या गणित पद्धतिमध्ये त्यांना अयनांशांचा स्वीकार करावा लागला. हा प्रकार सूर्यसिद्धान्तांमध्ये नाही. ह्यावरून प्रचलित सूर्यसिद्धान्त हा फार प्राचीन पद्धतीचा ग्रंथ आहे हेंच सहज सिद्ध होतें. त्यांतील गणित चल-त्रिकोण मितित्ते असल्याने अर्थातच तें सायन आहे आणि प्रपातांत पद्धतिला अनुसरून गणित केल्यास तें विनचूक येऊन अयनांशांचा स्वीकार करण्याचें कारणहि पडत नाही. त्यावरून गणित पद्धति सायनच आहे असे निर्विवाद ठरते. परंतु त्या गणिताचा उपयोग मात्र अचल अशा तारकाचक्रांवर आधिष्ठित झालेल्या नक्षत्र पद्धतिकडे केला असल्याने वैदिक अथवा भारतीय पंचांग मात्र सर्वथैव निरयनच आहे. नक्षत्रे व नक्षत्र पद्धति अचल असल्याने चैत्रादि-मास-पद्धतिहि अचल आहे. त्याकारणानें चैत्रादि-मास-निदर्शक असे कोणतेहि पञ्चाङ्ग सायन असू शकणारच नाही.